

MÚLTIPLOS Y DIVISORES - DIVISIBILIDAD - M.C.D. y M.C.M.

Múltiplos de un número

Un número es **múltiplo** de otro si se obtiene multiplicando este último por un número natural.

Por ejemplo, si multiplicamos 9×2 nos da 18. Decimos entonces que 18 es múltiplo de 9.

Divisor de un número

Un número es **divisor** de otro si cuando dividimos el segundo entre el primero, el resto de la división es 0.

Por ejemplo, decimos que 5 es divisor de 10 porque al dividir 10 entre 5 la división es exacta; da 2 y queda de resto 0.

Números primos y compuestos

Un número es **primo** si tiene solamente dos divisores: él mismo y la unidad. Es decir, que sólo se puede dividir (dando una división exacta) por ese mismo número y por uno.

Por ejemplo, el número 3 es un número primo.

Los números primos hasta el 100 son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67 y 71.

Un número es **compuesto** si tiene 2 o más divisores.

Por ejemplo, el número 15 es un número compuesto porque es divisible por 1, 15, 3 y 5.

Crterios de divisibilidad

Para saber si un número es divisible por algún otro número utilizamos los llamados criterios de divisibilidad. Son estos:

- **Divisibilidad por 2:** un número es divisible por dos si termina en cero o en cifra par.
- **Divisibilidad por 3:** un número es divisible por tres, si la suma de sus cifras es múltiplo de tres.
- **Divisibilidad por 4:** las dos últimas cifras tienen que ser dos ceros o un número múltiplo de 4.
- **Divisibilidad por 5:** un número es divisible por cinco cuando acaba en cero o en cinco.
- **Divisibilidad por 6:** tiene que ser divisible por 2 y por 3.
- **Divisibilidad por 9:** un número es divisible por nueve cuando la suma de sus cifras es múltiplo de nueve.
- **Divisibilidad por 10:** tiene que terminar en cero. de manera similar, si termina en 00 es divisible por 100; si termina en 000 es divisible por 1000.
- **Divisibilidad por 11:** un número es divisible por once cuando la diferencia entre la suma de las cifras que ocupa la posición par y la suma de las cifras que ocupan la posición impar son múltiplo de once.
- **Divisibilidad por 100:** un número es divisible por cien cuando las dos últimas cifras son 00.

Escritura de números como producto de factores primos

Los números compuestos se pueden escribir como producto de números más pequeños. Este proceso se llama **factorización** o **descomposición en factores primos**.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & \end{array} \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 = 2^3 \cdot 3$$

Divisores comunes a dos números. Máximo común divisor (M.C.D.)

El M.C.D. (Máximo común divisor) de varios números es el mayor de sus divisores comunes.

Para calcular el M.C.D. de varios números:

1º- Se escribe cada número como producto de sus factores primos.

2º- El M.C.D. es igual al producto de los factores primos comunes elevados al menor exponente.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & \end{array} \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 = 2^3 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 4 & 5 \\ 1 & 1 \\ 0 & \end{array} \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{M.C.D. } (24, 30) = 2 \cdot 3 = 6$$

Múltiplos comunes a dos números. Mínimo común múltiplo (M.C.M.)

El M.C.M. (Mínimo común múltiplo) de varios números es el menor de sus múltiplos comunes.

Para calcular el M.C.M. de varios números:

1°- Se escribe cada número como producto de sus factores primos.

2°- El M.C.M. es igual al producto de los factores primos, comunes y no comunes, elevados al mayor exponente.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & \end{array} \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 = 2^3 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \\ 0 & \end{array} \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{M.C.M. (24, 30)} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 8 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

EJERCICIOS

1.- Calcula 4 múltiplos de cada uno de las siguientes cifras:

3 8 5 2 10 15

2.- Escribe 3 divisores de cada uno de los siguientes números:

12 20 14 30 45 60

3.- Define qué es un número primo. Escribe 5 números primos.

4.- Define qué es un número compuesto. Escribe 5 números compuestos.

5.- Los criterios de divisibilidad nos sirven para saber si un número se puede dividir por otro. Sabiendo esto, señala porqué números son divisibles las siguientes cantidades:

24; Ejemplo: es divisible por 1, 2, 3, 4 y 6.

35 120 66 75 49 63

23 98 18 76 300 102

6.- Descompón estos números en factores primos.

15 18 42 55 70 26

84 124 95 35 100 26

7.- Calcula el M.C.D. y el M.C.M. de los siguientes números:

4 y 6 20 y 30 4 y 8 12 y 24

12 y 19 72 y 84 90 y 120 24 y 50

EJERCICIOS

1.- Calcula 4 múltiplos de cada uno de las siguientes cifras:

6 17 12 3 11 20

2.- Escribe 3 divisores de cada uno de los siguientes números:

40 50 18 65 82 100

3.- Define qué es un número primo. Escribe 5 números primos.

4.- Define qué es un número compuesto. Escribe 5 números compuestos.

5.- Los criterios de divisibilidad nos sirven para saber si un número se puede dividir por otro. Sabiendo esto, señala porqué números son divisibles las siguientes cantidades:

22; Ejemplo: es divisible por 1, 22, 2 y 11

74 84 110 58 43 96
24 90 5 52 810 1000

6.- Descompón estos números en factores primos.

125 8 242 12 27 125
63 1732 428 38 350 180

7.- Calcula el M.C.D. y el M.C.M. de los siguientes números:

48 y 52 12 y 20 24 y 18 45 y 144
75 y 36 63 y 27 14 y 56 33 y 110

EJERCICIOS

1.- Calcula 4 múltiplos de cada uno de las siguientes cifras:

7 6 35 98 100 87

2.- Escribe 3 divisores de cada uno de los siguientes números:

88 600 96 124 874 950

3.- Define qué es un número primo. Escribe 5 números primos.

4.- Define qué es un número compuesto. Escribe 5 números compuestos.

5.- Los criterios de divisibilidad nos sirven para saber si un número se puede dividir por otro. Sabiendo esto, señala porqué números son divisibles las siguientes cantidades:

12; Ejemplo: es divisible por 1, 12, 2, 3, 4 y 6.

34 75 225 400 17 9

36 44 96 432 60 300

6.- Descompón estos números en factores primos.

20 90 600 360 136 408

307 805 6 78 871 2500

7.- Calcula el M.C.D. y el M.C.M. de los siguientes números:

63 y 48 42 y 60 36 y 45 560 y 588

46 y 98 105 y 135 270 y 234 315 y 420