Problemas resueltos

SUMAS MINIMALES

8.1 Encuentre E_L, el número de literales y E_S, el número de sumandos, para cada expresión de Boole E:

(a) $E = xy'z + x'z' + yz' + x$ (c) $E = xyt' + x'y'zt + xz't$

(b) $E = x'y'z + xyz + y + yz' + x'z$ (d) $E = (xy' + z)' + xy'$

Sencillamente, sume el número de literales, distinguiendo entre las formas complementadas y no complementadas, y el número de sumandos en cada expresión:

(a) $E_L = 3 + 2 + 2 + 1 = 8$ $E_S = 4$

(b) $E_L = 3 + 3 + 1 + 2 + 2 = 11$ $E_S = 5$

(c) $E_L = 3 + 4 + 3 = 10$ $E_S = 3$

(d) Debido a que no se escribe E como una suma de productos, E_L y E_S no están definidas.

8.2 Dado que E y F está cada uno en una forma de suma de productos y son expresiones de Boole equivalentes, defina: (a) E es más simple que F, (b) es minimal.

(a) E es más simple que F si $E_L < F_L$ y $E_S < F_S$, o si $E_L < F_L$ y $E_S < F_S$.

(b) E es minimal si no hay ninguna expresión de suma de productos equivalente que sea más simple que E.

8.3 Sean F_1 y F_2 productos fundamentales, tales que exactamente una variable, por ejemplo x_k, aparezca complementada en sólo uno de P_1 y P_2 y no complementada en el otro. El *consenso* de P_1 y P_2 es, entonces, el producto (sin repetición) de los literales de P_1 y los literales de P_2 después de que x_k y x'_k sean suprimidas. (No definimos un consenso de $P_1 = x$ y $P_2 = x'$.) (a) Encuentre el consenso de:

(1) $xyz's$ y $xy't$ (3) $x'yz$ y $x'yt$

(2) xy' y y (4) $x'yz$ y xyz'

(b) Demuestre que si Q es el consenso de P_1 y P_2,

(a) (1) $xz'st$

(2) x

(3) No tienen ningún consenso ya que ninguna variable aparece no complementada en uno de los productos y complementada en el otro.

(4) No tienen ningún consenso, ya que tanto x como z aparecen complementadas en uno de los productos y no complementadas en el otro.

(b) Como los literales conmutan, podemos suponer sin perder generalidad que

$$P_1 = a_1a_2 \cdots a_rt \qquad P_2 = b_1b_2 \cdots b_st' \qquad Q = a_1a_2 \cdots a_rb_1b_2 \cdots b_s$$

Ahora, $Q = Q(t + t') = Qt + Qt'$. Debido a que Qt contiene a P_1, $P_1 + Qt = P_1$; y porque Qt' contiene a P_2, $P_2 + Qt' = P_2$. Así

$$P_1 + P_2 + Q = P_1 + P_2 + Qt + Qt' = (P_1 + Qt) + (P_2 + Qt') = P_1 + P_2$$

8.4 Considere una expresión de Boole $E = P_1 + P_2 + \ldots + P_n$, en donde las Ps son productos fundamentales. Se llamará *método de consenso* a la aplicación de los dos pasos siguientes a E:

Paso (1): Suprima cualquier producto fundamental P_i que incluya cualquier otro producto fundamental P_j. (Permisible por la ley de absorción.)

Paso (2): Sume el consenso Q de P_i y P_j cualesquiera, siempre y cuando Q no incluya ninguno de las Ps. [Permisible por el problema 8.3(b).]