

COMBINATORIA

1. Se distribuyen tres regalos distintos entre cinco chicos. De cuántas formas pueden hacerlo si:

- a) cada chico sólo puede recibir un regalo;
- b) a cada chico le puede tocar más de un regalo;
- c) cada chico sólo puede recibir un regalo pero los tres son idénticos.

Sol: a) $V_5^3 = 60$; b) $VR_5^3 = 125$; c) $C_5^3 = 10$

2. Una persona tiene 6 chaquetas y 10 pantalones. ¿De cuántas formas distintas puede combinar estas prendas?. Sol: 60

3. Un amigo le quiere regalar a otro dos libros y los quiere elegir entre los 15 que le gustan. ¿De cuántas formas puede hacerlo?. Sol: $C_{15}^2 = 105$

4. ¿Cuántos planos distintos determinan 6 puntos en el espacio, si nunca hay más de 3 en un mismo plano? (Nota: tres puntos determinan un plano). Sol: $C_6^3 = 20$

5. ¿Cuántos cuadriláteros se pueden formar con los vértices de un pentágono regular?. Sol: $C_5^4 = 5$

6. Un entrenador dispone de 22 jugadores para formar un equipo de fútbol. ¿Cuántas alineaciones de 11 jugadores puede hacer?. Sol: $C_{22}^{11} = 705432$

7. Una familia, formada por los padres y tres hijos, van al cine. Se sientan en cinco butacas consecutivas.

- a) ¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse?
- b) ¿Y si los padres se sientan en los extremos?
- c) ¿Y si los padres deciden no sentarse en los extremos?

Sol: a) $P_5 = 120$; b) $2 \cdot P_3 = 12$; c) $V_3^2 \cdot P_3 = 36$

8. ¿Cuántas opciones tienes, si debes escoger tres asignaturas entre seis optativas?. Sol: $C_6^3 = 20$

9. Con los números 3, 5, 6, 7 y 9 ¿cuántos productos distintos se pueden obtener multiplicando dos de estos números? ¿Cuántos de ellos son múltiplos de 2? ¿Cuántos cocientes distintos se pueden obtener dividiendo dos de estos números?. Sol: a) $C_5^2 = 10$; b) $C_4^1 = 4$; c) $V_5^2 = 20$

10. ¿Cuántos resultados distintos pueden aparecer al lanzar un dado 4 veces?. Sol: $VR_6^4 = 1296$

11. ¿Cuántos números hay entre 2000 y 3000 que tengan sus cifras diferentes?. Sol: $V_9^3 = 504$

12. El alfabeto Morse utiliza los signos . y -. Utilizando como máximo cuatro de estos signos, ¿cuántas secuencias distintas puedes formar?.

Sol: $V_2^1 + VR_2^2 + VR_2^3 + VR_2^4 = 30$

13. Un barco tiene diez banderas diferentes para hacer señales y cada señal se forma

colocando 4 banderas en un mástil. ¿Cuántas señales distintas pueden hacer desde el barco?.
Sol: $V_{10}^4 = 4320$

14. A un congreso asisten 60 personas de las cuales 40 sólo hablan inglés y 20 sólo alemán. ¿Cuántos diálogos pueden establecerse sin intérprete?. Sol: $C_{40}^2 + C_{20}^2 = 970$

15. Una cafetería vende 10 tipos de café diferentes. Cinco amigos quieren tomar cada uno un café. ¿Cuántas formas posibles tienen de hacerlo?. Sol: $VR_{10}^5 = 177100000$

16. a) ¿Cuántos números de 6 cifras puedes escribir con los dígitos 1, 2 y 3?. b) ¿Cuántos de ellos contienen todos los dígitos 1, 2 y 3 al menos una vez?. Sol: a) $VR_3^6 = 729$; b) $VR_3^6 - 3VR_2^6 + 3 = 540$ respectivamente.

17. En un plano hay rectas que no son paralelas, ni concurren tres en un mismo punto. Si el número de intersecciones es 21. ¿Cuántas rectas hay?. Sol: 7

18. Todas las personas que asisten a una reunión se estrechan la mano. Si hubo 105 apretones, ¿cuántas personas asistieron?. Sol: 15

19. ¿Cuántos triángulos quedan determinados por 10 puntos si tres cualesquiera no están alineados?.
Sol: $C_{10}^3 = 120$

20. ¿De cuántas formas se pueden sentar tres personas en seis sillas?. Sol: $V_6^3 = 120$

21. Con los números 2, 5, 7 y 9:

- a) ¿Cuántos números de tres cifras puedes formar?
- b) ¿Cuántos números de tres cifras distintas puedes formar?
- c) ¿Cuántos números de cuatro cifras distintas puedes formar?
- d) ¿Cuántos de los números del apartado b) son pares?

Sol: a) 64; b) 24; c) 24; d) 6

22. ¿Cuántas columnas tenemos que cubrir para acertar seguro una quiniela?. Cada columna tiene 15 resultados a elegir entre 1, X, 2. Sol: 14.348.907

23. Para hacer una apuesta en la lotería primitiva hay que marcar con cruces seis números (donde figuran números del 1 al 49). ¿De cuántas formas diferentes puede marcar una persona?. Sol: 13.983.816

24. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $V_x^3 - 5V_x^2 = 0$; b) $10P_x + 4P_{x+1} = P_{x+2}$; c) $C_x^3 = 5C_{x-1}^4$
- d) $P_4 \cdot C_x^3 = 2P_3 V_x^2$; e) $C_x^2 + C_{x-1}^2 + C_{x-2}^2 = 85$; f) $V_x^3 = V_x^4$

Sol: a) $x = 5$; b) $x = 4$; c) $x = 6$; d) $x = 5$; e) $x = 9$; f) $x = 4$

25. ¿De cuántas formas se pueden cubrir los puestos de Presidente y Secretario de una comunidad de vecinos, contando con 10 vecinos para ello?. Sol: $V_{10}^2 = 90$

26. Te enseñan 6 discos para que elijas 3 como regalo. ¿De cuántas formas puedes elegir?. Sol: $C_6^3 = 20$

39. a) ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, sin que se repita ninguna cifra?. b) ¿Y si se pueden repetir?. Nota: Si un número empieza por 0 no se considera de tres cifras). Sol: a) $V_{10^3} - V_{9^2} = 648$; b) $VR_{10^3} - VR_{9^2} - V_{9^1} - 1 = 909$

40. Con las cifras 1, 2, 3, 4 y 5, ¿cuántos números distintos de tres cifras distintas se pueden formar de modo que el 5 ocupe siempre el lugar de las decenas?. Sol: $V_4^2 = 12$

41. a) ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con las cifras pares 1, 2, 3 y 4 sin que se repita ninguna? b) ¿Cuántos terminan en 34? c) ¿Cuántos habrá que sean mayores que 300?. Sol: a) $V_4^3 = 24$; b) 2; c) $2 \cdot V_3^2 = 12$

42. ¿Cuántas quinielas de 14 resultados debemos sellar para estar seguros de obtener 14 aciertos:

a) supuestos 5 resultados fijos.

b) si ponemos nueve "1".

c) si ponemos ocho "1", cuatro "x" y dos "2".

Sol: a) $VR_3^9 = 19683$; b) $C_{14}^9 \cdot VR_2^5 = 64064$; c) $C_{14}^8 \cdot C_6^4 = 45045$

43. En una carrera ciclista participan 30 corredores, al llegar a la meta se entregan tres premios distintos a distintos corredores. ¿De cuántas formas se podrá realizar la entrega?. Sol: $V_{30}^3 = 24360$

44. Las nuevas matrículas de los coches están formadas por tres letras seguidas de tres números repetidos o no. ¿Cuántos coches se podrán matricular por este sistema?. Se supone que el alfabeto tiene 26 letras. Sol: $VR_{26}^3 \cdot VR_{10}^4 = 175760000$

45. Si se tienen 10 puntos no alineados, ¿cuántos segmentos habrán de trazarse para unirlos todos, dos a dos?. Sol: $C_{10}^2 = 45$

46. Resuelve las ecuaciones: a) $P_{x+1} - P_x = 96$; b) $V_x^3/P_3 = 2 V_{x+1}^2/P_2$; c) $V_x^2 P_3 = P_2 V_x^3$.

Sol: a) $x=4$; b) $x=3$; c) $x=5$

47. Con las letras de la palabra PARTIDO: a) ¿cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer? b) ¿Cuántas empiezan por P? c) ¿Cuántas empiezan por PAR?.

Sol: a) $P_7 = 5040$; b) $P_6 = 720$; c) $P_4 = 24$

48. En una empresa de 12 empleados 5 son mujeres y 7 hombres, se forma un comité compuesto por 2 mujeres y 3 hombres. ¿De cuántas maneras puede formarse, si:

a) puede pertenecer a él cualquier mujer o cualquier hombre?

b) un hombre determinado tiene que pertenecer al comité?

c) dos hombres en concreto no pueden estar en el comité?

Sol: a) $C_5^2 \cdot C_7^3 = 350$; b) $C_5^2 \cdot C_6^2 = 150$; c) $C_5^2 \cdot C_5^3 = 100$

49. ¿De cuántas formas se pueden sentar cinco personas en una fila de butacas de un cine?. Sol: $P_5 = 120$

50. ¿De cuántas formas distintas se pueden sentar cinco personas alrededor de una

mesa circular?. Sol: $P^4 = 24$

51. Un matrimonio quiere invitar a sus amigos a cenar. Debido a las dimensiones de su casa sólo puede invitar a 5 de cada vez. Si quieren invitar a 10 amigos.

- a) ¿De cuántas maneras puede invitar a 5 de ellos?
- b) ¿De cuántas maneras, si dos son matrimonio y no asisten separados?
- c) ¿Y si dos no se llevan bien y no se les quiere invitar juntos?

Sol: a) $C_{10}^5 = 252$; b) $C_8^5 + C_8^3 = 112$; c) $2 \cdot C_8^4 + C_8^5 = 196$

52. ¿De cuántas formas se pueden colocar 10 personas en una fila si dos de ellas tienen que estar siempre en los extremos?. Sol: $2 \cdot P^8 = 80640$

53. En una urna hay tres bolas rojas, tres verdes, cuatro negras y dos azules. ¿De cuántas maneras distintas pueden sacarse, bola a bola, de la urna?. Sol: $PR_{12}^{3,3,4,2} = 277.200$

54. En una clase hay 10 niños y 5 niñas.

- a) ¿De cuántas maneras puede escoger el profesor un grupo de 3 alumnos?
- b) ¿En cuántos grupos habrá una sola niña?
- c) ¿En cuántos grupos habrá un niño por lo menos?

Sol: a) $C_{15}^3 = 455$; b) $5 \cdot C_{10}^2 = 225$; c) $C_{15}^3 - C_5^3 = 445$

55. ¿Cuántas palabras distintas se pueden formar con las letras de la palabra MATEMATICAS?.

Sol: $PR_{11}^{2,2,3} = 1.663.200$

56. ¿De cuántas formas distintas pueden llegar a la meta cinco atletas en una carrera?. Sol: $P^5 = 120$

57. ¿De cuántas formas distintas pueden tres chicas y dos chicos en una fila de butacas de un cine teniendo en cuenta que no pueden estar dos chicos juntos ni dos chicas juntas?. Sol: $P^3 \cdot P^2 = 12$

58. Resuelve las ecuaciones: a) $10 \cdot C_x^3 = x \cdot V_x^2$; b) $2 \cdot C_x^3 + C_{x+1}^3 - C_{x+2,3} = x$.

Sol: a) $x=5$; b) $x=5$

59. En un determinado programa de televisión intervienen cuatro presentadores. Si en la emisora trabajan 10 presentadores, ¿de cuántas formas distintas se puede presentar el programa?. Sol: $C_{10}^4 = 210$

60. ¿Cuántas jugadas diferentes se pueden obtener si se sacan cinco cartas de una baraja de 40 cartas?.

Sol: $C_{40}^5 = 658008$

61. ¿De cuántas maneras pueden ordenarse 6 libros en un estante si:

- a) es posible cualquier ordenación?
- b) 3 libros determinados deben estar juntos?
- c) dos libros determinados deben ocupar los extremos?
- d) tres libros son iguales entre sí?

Sol: a) $P^6 = 720$; b) $4 \cdot P^3 \cdot P^3 = 144$; c) $2 \cdot P^4 = 48$; d) $PR_6^3 = 120$

62. Se quiere preparar una salsa con tres ingredientes. Si disponemos de siete ingredientes en la despensa. ¿Cuántas salsas distintas se podrían preparar?

Sol: $C_7^3 = 35$

63. En un centro escolar hay 40 en 1º de ESO, 35 en 2º, 32 en 3º y 28 en 4º. Para hablar con la dirección se quiere formar una comisión que esté integrada por un alumno de cada curso. ¿Cuántas comisiones se pueden formar?. Sol: $40 \cdot 35 \cdot 32 \cdot 28$

64. A una reunión asisten 15 personas y se intercambian saludos entre todos, ¿cuántos saludos se han intercambiado?. Sol: $C_{15}^2 = 105$

65. ¿De cuántas maneras se pueden distribuir las ocho últimas localidades de un partido de fútbol entre los doce aficionados que aún esperan en la cola de entrada?. Sol: $C_{12}^8 = 495$

66. ¿Cuántas apuestas hay que rellenar en las quinielas de fútbol para tener la seguridad de acertar seis resultados, aparte del complementario?. Sol: $VR_3^6 = 729$

67. Tres matrimonios se reúnen para celebrar el aniversario de uno de ellos. Desean que les hagan una fotografía de forma que estén todos los hombres juntos y también las mujeres. ¿De cuántas formas distintas pueden colocarse?. Sol: $2 \cdot P_3 \cdot P_3 = 72$

68. a) Con los dígitos pares, ¿cuántos números inferiores a 1.000 se pueden escribir?. b) ¿Y con los impares?

Sol: a) $VR_5^3 = 125$; b) $VR_5^3 + VR_5^2 + VR_5^1 = 155$