



Combinatoria: factorial y números combinatorios.

Dirección: <http://descartes.cnice.mec.es/>

Instrucciones:

1. Realiza las siguientes actividades en tu cuaderno
2. Una vez resueltas, utiliza las escenas de la página para comprobar los resultados.
3. Para el manejo de las escenas únicamente tienes que introducir el valor de los parámetros que aparecen.

ACTIVIDADES

1. Calcula el factorial de los diez primeros números naturales.
2. ¿Cuántos ceros tiene al final el factorial del número 100.
3. Simplificar las siguientes expresiones con factoriales:
 a) $\frac{6!}{3!}$ b) $\frac{7!}{8!}$ c) $\frac{10!}{6! \cdot 5!}$ d) $\frac{9! \cdot 4!}{12!}$ e) $\frac{8! \cdot 3!}{7! \cdot 4!}$ f) $\frac{7! \cdot 5! \cdot 9!}{3! \cdot 10! \cdot 8!}$
4. Calcula los siguientes números combinatorios:
 a) $\binom{5}{2}$ b) $\binom{9}{4}$ c) $\binom{7}{3}$ d) $\binom{10}{5}$ e) $\binom{13}{7}$ f) $\binom{15}{10}$
5. Comprobar algunas de las propiedades de los números combinatorios con:
 a) $\binom{8}{0}$ b) $\binom{11}{1}$ c) $\binom{17}{16}$ d) $\binom{20}{20}$
6. Calcular el valor de x en las siguientes expresiones:
 a) $\binom{12}{4} = \binom{12}{x}$ b) $\binom{16}{x} = \binom{16}{9}$
7. Escribir un número combinatorio que sea igual a la suma de los dos que aparecen y comprobar después el resultado.
 a) $\binom{7}{3} + \binom{7}{4}$ b) $\binom{10}{7} + \binom{10}{8}$ c) $\binom{14}{10} + \binom{14}{11}$



Combinatoria: principio de adición y multiplicación.

Dirección: <http://descartes.cnice.mec.es/>

Instrucciones:

4. Realiza las siguientes actividades en tu cuaderno
5. Una vez resueltas, utiliza las escenas de la página para comprobar los resultados.
6. Para el manejo de las escenas únicamente tienes que introducir el valor de los parámetros que aparecen.

ACTIVIDADES

1. Un juego educativo contiene figuras con forma de triángulos, cuadrados y círculos, en dos tamaños, grandes y pequeñas, y en cuatro colores, amarillo, azul, rojo y verde. ¿Cuántas figuras distintas hay?
2. El sistema de matriculación español consiste en tres consonantes y un número de cuatro cifras. ¿Cuántas matriculas distintas se pueden formar?
3. ¿Cuántos números capicúas hay de seis cifras?
4. Lanzamos dos dados al aire y sumamos los resultados obtenidos en las caras superiores. ¿De cuántas formas se puede obtener múltiplo de 4? ¿De cuántas múltiplo de 6? ¿Y múltiplo de 4 y 6? ¿Y múltiplo de 4 ó 6?
5. En una academia de idiomas se imparten clases de inglés, francés y alemán. En el curso actual, 70 alumnos estudian al menos inglés, 57 francés y 50 alemán, 22 inglés y francés, 15 inglés y alemán, 12 francés y alemán y 4 estudian los tres idiomas. ¿Cuántos alumnos estudian únicamente inglés? ¿Cuántos alumnos estudian un único idioma?
6. Una urna contiene 100 bolas numeradas de la forma: 00, 01, ... 98, 99. Se saca una bola al azar, sea M la primera cifra y N la segunda. Determinar en cuántos casos se pueden dar las siguientes situaciones:

a) $M = 3$	b) $N = 4$	c) $M \neq N$	d) $M > N$
e) $M + N = 9$	f) $M \cdot N > 49$	g) $M + N \neq 8$	e) $M^2 + N^2 < 100$
7. ¿Cuántos números del 1 al 100 son múltiplos de 3? ¿Cuántos números son múltiplos de 7? ¿Cuántos son múltiplo de 3 y 7? ¿Cuántos son múltiplos de 3 ó 7?
8. En la final de un torneo de ajedrez gana el primer jugador que consiga ganar tres partidas. ¿De cuántas formas se pueden dar los resultados?



Combinatoria: variaciones sin repetición.

Dirección: <http://descartes.cnice.mec.es/>

Instrucciones:

7. Realiza las siguientes actividades en tu cuaderno
8. Una vez resueltas, utiliza las escenas de la página para comprobar los resultados.
9. Para el manejo de las escenas únicamente tienes que introducir el valor de los parámetros que aparecen.

ACTIVIDADES

1. Calcula: a) $V_{7,5}$ b) $V_{10,4}$ c) $V_{15,8}$ d) $V_{20,3}$
2. Con los elementos del conjunto $A = \{1, 3, 5, 7\}$, construir todas las variaciones sin repetición de orden 3.
3. Con los elementos del conjunto $A = \{a, e, i, o, u\}$, construir todas las variaciones sin repetición de orden 2.
4. a) ¿Cuántas elecciones distintas de delegado(a) y subdelegado(a) se pueden realizar en una clase de 25 alumnos(as)?
b) ¿Cuántas si de los 25 hay 15 alumnas y 10 alumnos e imponemos la condición de que delegado(a) y subdelegado(a) sean de distinto sexo?
5. ¿Se puede resolver cualquier ejercicio de variaciones sin repetición utilizando el principio de multiplicación?



Combinatoria: variaciones con repetición.

Dirección: <http://descartes.cnice.mec.es/>

Instrucciones:

10. Realiza las siguientes actividades en tu cuaderno
11. Una vez resueltas, utiliza las escenas de la página para comprobar los resultados.
12. Para el manejo de las escenas únicamente tienes que introducir el valor de los parámetros que aparecen.

ACTIVIDADES

1. Calcula: a) $VR_{4,6}$ b) $VR_{6,4}$ c) $VR_{10,5}$ d) $VR_{2,10}$

2. Con los elementos del conjunto $A = \{a, b, c, d\}$, construir todas las variaciones con repetición de orden 2.

3. Con los elementos del conjunto $A = \{4, 7\}$, construir todas las variaciones con repetición de orden 4.

4. Lanzamos una moneda siete veces consecutivas y anotamos el resultado (cara o cruz) en el orden en el que aparecen. ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener?

5. a) Como se ha visto en el ejemplo 3, calcula el número de apuestas necesarias para acertar los quince resultados de una quiniela.
b) Si cada apuesta vale 50 céntimos, ¿cuánto dinero se necesita para apostar todas las quinielas?
c) Si en rellenar una apuesta se puede tardar unos diez segundos, ¿qué tiempo se necesitaría para rellenarlas todas?

6. ¿Se puede resolver cualquier ejercicio de variaciones con repetición utilizando el principio de multiplicación?



Combinatoria: permutaciones sin repetición.

Dirección: <http://descartes.cnice.mec.es/>

Instrucciones:

13. Realiza las siguientes actividades en tu cuaderno
14. Una vez resueltas, utiliza las escenas de la página para comprobar los resultados.
15. Para el manejo de las escenas únicamente tienes que introducir el valor de los parámetros que aparecen.

ACTIVIDADES

1. Calcula: a) P_7 b) P_{10} c) P_{15} d) P_{18}
2. Con los elementos del conjunto $A = \{x, y, z\}$, construir todas las permutaciones sin repetición de orden 3.
3. Con los elementos del conjunto $A = \{2, 4, 6, 8\}$, construir todas las permutaciones sin repetición de orden 4.
4. En una asignatura optativa de primer curso de Bachillerato hay matriculados tres alumnos y seis alumnas. Un día de corrección de ejercicios, cada uno realiza uno en la pizarra.
 - a) ¿De cuántas formas pueden salir a realizar nueve ejercicios?
 - b) ¿De cuántas formas si los alumnos salen de forma consecutiva?
5. ¿Se puede resolver cualquier ejercicio de permutaciones sin repetición utilizando el principio de multiplicación?
6. **Permutaciones circulares.**
 - a) ¿De cuántas formas distintas se pueden sentar 2, 3, 4, 5, ... personas en una mesa redonda si consideramos iguales aquéllas permutaciones que se obtendrían rotando todos, a partir de una cualquiera, un mismo número de sillas en cualquier sentido? (Por ejemplo serían iguales las permutaciones ABCD, BCDA, CDAB, DABC).
 - b) Deduce una fórmula para las permutaciones circulares de n elementos.
7. **Desordenaciones.**

Una desordenación es una permutación de los elementos $1, 2, 3, \dots, n$ que no deja fijo ningún elemento.

 - a) Escribe todas las permutaciones con los elementos $1, 2, 3, 4$ y calcula el número de desordenaciones que hay.
 - b) Aplica la fórmula siguiente para el caso de $n=4$ y compara los resultados:
$$d(n) = n! \cdot \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k!}$$
 - c) ¿Cuántas permutaciones de orden cinco no dejan fijo ningún elemento?



Combinatoria: permutaciones con repetición.

Dirección: <http://descartes.cnice.mec.es/>

Instrucciones:

16. Realiza las siguientes actividades en tu cuaderno.
17. Una vez resueltas, utiliza las escenas de la página para comprobar los resultados.
18. Para el manejo de las escenas únicamente tienes que introducir el valor de los parámetros que aparecen.

ACTIVIDADES

1. Calcula: a) $PR_{10}^{5,3,2}$ b) $PR_{12}^{6,6}$ c) $PR_8^{2,2,2,2}$ d) $PR_{10}^{4,3,2,1}$
2. Con los elementos del conjunto $A = \{4, 7\}$, construir todas las permutaciones con repetición en las que el primer elemento se repite tres veces y el segundo tres veces.
3. Con los elementos del conjunto $A = \{a, b\}$, construir todas las permutaciones con repetición en las que el primer elemento se repite tres veces y el segundo dos veces.
4. Una persona intenta recordar una clave de seis letras que ha olvidado, aunque recuerda que estaba formada utilizando dos veces cada una de las iniciales de su nombre "abc". ¿Cuántas posibilidades tiene?
5. ¿Cuántas palabras con o sin significado se pueden construir con las letras de la palabra ISOMORFISMO?
6. ¿Se puede resolver cualquier ejercicio de permutaciones con repetición utilizando el principio de multiplicación?



Combinatoria: combinaciones sin repetición.

Dirección: <http://descartes.cnice.mec.es/>

Instrucciones:

19. Realiza las siguientes actividades en tu cuaderno
20. Una vez resueltas, utiliza las escenas de la página para comprobar los resultados.
21. Para el manejo de las escenas únicamente tienes que introducir el valor de los parámetros que aparecen.

ACTIVIDADES

1. Calcula: a) $C_{7,0}$ b) $C_{10,5}$ c) $C_{17,12}$ d) $C_{20,15}$
2. Construye todas las combinaciones sin repetición de tres elementos con los números: 1,2,3,4. A continuación, permuta de todas las formas posibles cada una de las combinaciones obtenidas. ¿Qué se obtiene? Relaciona las fórmulas correspondientes y despeja el número de combinaciones.
3. Con los elementos del conjunto $A = \{1, 3, 5, 7,9\}$, construir todas las combinaciones sin repetición de orden 3.
4. Con los elementos del conjunto $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, construir todas las combinaciones sin repetición de orden 4.
5. a) Como se ha visto en el ejemplo 3, calcula el número de apuestas necesarias para acertar los seis números de la combinación ganadora de la lotería primitiva.
b) Si cada apuesta vale 1euro, ¿cuánto dinero se necesita para apostar todas las casillas resultantes?
c) Si en rellenar una apuesta se puede tardar unos diez segundos, ¿qué tiempo se necesitaría para rellenarlas todas?
6. En un grupo de amigos hay cinco hombres y seis mujeres. Cuatro de estas personas van a un supermercado cercano a comprar refrescos.
a) ¿De cuántas formas se pueden elegir las cuatro personas que van a realizar la compra?
b) ¿Y si tienen que ir dos hombres y dos mujeres?
7. a) Deducir una fórmula para calcular el número de diagonales de un polígono de n lados.
b) ¿Qué polígono tiene 90 diagonales?
8. ¿Se puede resolver cualquier ejercicio de combinaciones sin repetición utilizando el principio de multiplicación?



Combinatoria: combinaciones con repetición.

Dirección: <http://descartes.cnice.mec.es/>

Instrucciones:

22. Realiza las siguientes actividades en tu cuaderno
23. Una vez resueltas, utiliza las escenas de la página para comprobar los resultados.
24. Para el manejo de las escenas únicamente tienes que introducir el valor de los parámetros que aparecen.

ACTIVIDADES

1. Calcula: a) $CR_{7,5}$ b) $CR_{5,7}$ c) $CR_{10,6}$ d) $CR_{6,10}$
2. Con los elementos del conjunto $A = \{3, 6, 9\}$, construir todas las combinaciones con repetición de orden 3.
3. Con los elementos del conjunto $A = \{a, b, c, d\}$, construir todas las combinaciones con repetición de orden 2.
4. Lanzamos dos dados iguales y anotamos los resultados de las caras superiores. ¿Cuántos resultados distintos pueden salir?
5. a) ¿De cuántas formas se pueden colocar siete libros iguales en cuatro estanterías?
b) ¿De cuántas formas se pueden colocar cuatro libros iguales en siete estanterías?
6. ¿Se puede resolver cualquier ejercicio de combinaciones con repetición utilizando el principio de multiplicación?



Combinatoria: ejercicios.

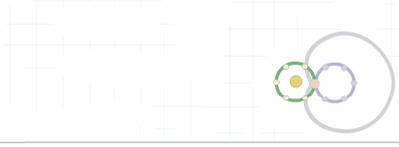
Dirección: <http://descartes.cnice.mec.es/>

Instrucciones:

25. Realiza las siguientes actividades en tu cuaderno
26. Para realizarlas, consulta la página "resumen" de la unidad didáctica y utiliza el esquema.
27. Para el manejo de las escenas únicamente tienes que introducir el valor de los parámetros que aparecen.
28. Algunos ejercicios se podrán resolver directamente utilizando un solo procedimiento de los estudiados en el tema. Otros requerirán la descomposición en varios procedimientos.

ACTIVIDADES

1. ¿Cuántas banderas con tres franjas horizontales de colores distintos se pueden formar utilizando los siete colores del arco iris? ¿Y si las franjas extremas pueden ser del mismo color?
2. Se lanza una moneda cinco veces consecutivas y se anotan los resultados en el orden en que aparecen. ¿Cuántos resultados distintos se pueden dar?
3. Un estudiante debe elegir ocho de las diez preguntas de un examen. ¿De cuántas formas distintas puede contestar el examen? ¿Y si las tres primeras son obligatorias?
4. ¿Cuántas palabras con o sin significado se pueden formar con las letras de la palabra ESTADÍSTICA?
5. ¿Cuántos grupos de signos se pueden formar en el alfabeto Morse utilizando tres puntos y dos rayas?
6. Una persona ha escrito cinco cartas dirigidas a cinco personas diferentes, pero luego las introduce en los sobres al azar. ¿De cuántas formas distintas se puede hacer? ¿En cuántas de éstas, a una persona determinada le llegará su carta?
7. ¿Cuántas cantidades exactas podemos pagar con las ocho monedas que tenemos en circulación utilizando desde una hasta ocho monedas distintas?
8. ¿Cuántas cantidades exactas podemos pagar con los siete billetes existentes en la actualidad utilizando desde uno hasta siete billetes distintos?
9. Tenemos en el bolsillo tres monedas de un euro y tres de dos euros. Sacamos tres a la vez, ¿cuántas cantidades distintas podemos obtener?



10. Con los alumnos de la clase, ¿de cuántas formas se puede elegir delegado y subdelegado? ¿Y si el delegado debe ser una alumna y el subdelegado debe ser un alumno?
11. ¿De cuántas formas se pueden elegir cuatro alumnos de la clase para realizar un trabajo? ¿Y si queremos elegir dos alumnos y dos alumnas?
12. ¿De cuántas formas se pueden ordenar las letras de la palabra AURELIO? ¿Cuántas de ellas tienen las consonantes juntas? ¿Cuántas tienen las cinco vocales juntas?
13. Un entrenador de fútbol tiene una plantilla formada por dos porteros, siete defensas, seis medios y cinco delanteros. ¿Cuántas alineaciones puede hacer para un partido determinado si quiere poner un portero, cuatro defensas, tres medios y tres delanteros?
14. En un plano tenemos siete puntos de forma que no hay tres de ellos alineados. ¿Cuántas rectas distintas se pueden trazar? ¿Cuántos triángulos distintos podemos construir?
15. Supongamos ahora siete puntos en el espacio de forma que no hay cuatro cualesquiera que sean coplanarios, ¿cuántos planos distintos podríamos trazar?
16. En una jornada de un congreso se van a dar seis conferencias por seis personas distintas. ¿De cuántas formas distintas se pueden organizar? ¿Y si las conferencias de inauguración y clausura deben estar en su lugar?
17. En el pasillo de un hotel hay diez lámparas que se pueden encender o apagar una a una. ¿Cuántas iluminaciones distintas se pueden dar?
18. Al comprar diez libros de texto de su curso, un estudiante se da cuenta que tiene dinero nada más que para comprar siete, ¿cuántas comprar puede hacer?
19. ¿De cuántas formas se pueden sentar los alumnos de la clase si no sobran pupitres? ¿De cuántas formas se pueden sentar en una mesa redonda comparando únicamente los compañeros que tiene a su lado?
20. Un alumno que cursa 2º Bachillerato tiene nueve asignaturas. ¿Cuántas calificaciones distintas puede obtener en la primera evaluación distinguiendo únicamente aprobado o suspenso?
21. ¿Cuántas ordenaciones se pueden hacer con las letras A, B, C, D, E? ¿En cuántas está A en primera posición? ¿En cuántas está A en primera posición y B en tercera?
22. En una cuadrícula de cinco por cuatro nos desplazamos siguiendo los lados de los cuadrados que la forman. ¿Cuántos caminos de longitud mínima existen para ir del vértice inferior derecho al vértice superior izquierdo?



- 23.** En la final olímpica de 100 metros lisos participan ocho atletas. ¿De cuántas formas se pueden repartir las tres medallas? ¿Cuántas clasificaciones distintas puede haber? Si de los ocho atletas, tres son americanos y cinco europeos, ¿cuántas clasificaciones puede haber si sólo observamos los continentes de procedencia?
- 24.** Siete amigos van al cine y se sientan en butacas consecutivas, ¿de cuántas formas pueden hacerlo?
Si de los siete, cinco son chicos y dos chicas, ¿de cuántas formas se pueden sentar si las dos chicas se sientan juntas? ¿Y si se sientan en los extremos?
- 25.** a) En una reunión a la que asisten veinte amigos, ¿cuántos saludos habrá?
b) En una reunión hubo 595 saludos, ¿cuántas personas había?
- 26.** a) ¿Cuántas diagonales tiene un polígono regular de 3, 4, 5, . . . , n lados?
b) Si un polígono tiene 135 diagonales, ¿cuántos lados tiene?
- 27.** Un partido de fútbol ha terminado con el marcador de 2 a 4 a favor de los visitantes. ¿De cuántas formas se puede haber llegado al resultado final?
- 28.** Con los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6
a) ¿Cuántos números de cuatro cifras distintas se pueden formar?
b) ¿Cuántos empiezan por 1?
c) ¿Cuántos acaban en 24?
d) ¿En cuántos está el número 5?
e) ¿En cuántos no está el número 5?
f) Calcular la suma de todos los números del apartado a)?
- 29.** Con los elementos del conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
a) ¿Cuántos subconjuntos de cuatro elementos se pueden formar?
b) ¿En cuántos está el número 1?
c) ¿En cuántos no está el número 2?
d) ¿En cuántos está el 3 y no está el 5?
- 30.** Utilizando las cinco vocales
a) ¿Cuántas palabras con o sin significado podemos construir utilizando tres letra iguales o distintas?
b) ¿Cuántas empiezan por a?
c) ¿Cuántas acaban por u?
d) ¿Cuántas empiezan por a y acaban por u?
e) ¿Cuántas no contienen la letra o?
- 31.** En una estantería hay cuatro libros de Matemáticas de los cursos primero, segundo, tercero y cuarto de ESO; tres libros de Ciencias Naturales de los cursos segundo, tercero y cuarto de ESO; y dos libros de Inglés de los cursos tercero y cuarto de ESO. ¿De cuántas formas se pueden ordenar con las siguientes condiciones?
a) Los libros de la misma asignatura deben estar juntos.
b) Los libros del mismo curso deben estar juntos.
c) Sin ninguna condición.
- 32.** ¿De cuántas formas se pueden ordenar cuatro libros de Matemáticas, tres de Inglés y dos de Historia, siendo todos de segundo de Bachillerato?



- 33.** ¿De cuántas formas se pueden sentar tres personas en cinco sillas numeradas del 1 al 5? ¿Y cinco personas en tres sillas?
- 34.** ¿Cuántos números de cuatro cifras tienen exactamente dos veces la cifra 7? ¿Cuántos tienen dos veces la cifra 0?
- 35.** Un profesor de segundo de Bachillerato da las calificaciones de la primera evaluación a un grupo de 20 alumnos por orden alfabético.
- ¿Cuántas secuencias de calificaciones distintas puede haber sabiendo que son números del 1 al 10?
 - ¿Cuántas secuencias de calificaciones distintas puede haber si sólo tenemos en cuenta aprobado o suspenso?
 - ¿Cuántas si el profesor decide dar dos sobresalientes, cuatro notables, seis aprobados y ocho suspensos?
- 36.**
- ¿De cuántas formas podemos colocar ocho pelotas de golf iguales en cinco cajas.
 - ¿Y si cada caja debe contener al menos una pelota?
- 37.**
- ¿De cuántas formas se pueden ordenar los números 1,2,3,4,5,6,7,8?
 - ¿En cuántas de estas ordenaciones no queda fijo ningún elemento?
 - ¿En cuántas de estas ordenaciones quedan fijos exactamente tres elementos?
- 38.** Un palíndromo es una palabra que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. ¿Cuántos palíndromos de 7 letras se pueden construir con un alfabeto de 28 letras?
- 39.** Una comisión tiene que elegir presidente, vicepresidente y secretario. ¿Cuántas elecciones distintas pueden hacerse si hay cuatro candidatos para la presidencia y siete candidatos para los otros dos puestos?
- 40.** ¿Cuántos números del 1 al 500 son divisibles por 3? ¿Cuántos son divisibles por 4? ¿Cuántos son divisibles por 5? ¿Cuántos serán divisibles por alguno de los tres por lo menos?