

surge del hecho (véase el problema 7.11) que se asigna cualquier combinación de 1s y 0s a las variables, uno y sólo uno de los productos fundamentales que involucran todas las variables toma el valor 1; todos los demás toman el valor 0. Por lo tanto, de la tabla de verdad se puede obtener, por inspección, la forma completa de suma de productos, y recíprocamente.

EJEMPLO 7.7 La forma completa de suma de productos para la expresión Booleana del Ejemplo 7.6 es

$$Y = A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot (C + \bar{C})$$

$$= A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$$

Cuando $A = 1, B = 1, C = 1$, el primer producto fundamental, $A \cdot B \cdot C$, y junto con él Y , es igual a 1; todos los demás productos fundamentales completos son iguales a 0. Análogamente, $Y = 1$ cuando $A = 1, B = 1$ o $B = 0, C = 1$; cuando $A = 0, B = 1, C = 1$; y cuando $A = 0, B = 1, C = 0$. Para todas las demás combinaciones de 1s y de 0s, $Y = 0$. Así tenemos la tabla de verdad

A	1100.....
B	1011.....
C	1110.....
Y	11110000

la cual, excepto por el orden de las columnas, coincide con la tabla de verdad encontrada en el ejemplo 7.6.

Recíprocamente, comenzando con la tabla de verdad, uno va leyendo los productos fundamentales correspondientes a los 1s en la fila Y y de allí obtiene la forma completa de suma de productos de Y .

$$ABC + AC + BC + \bar{A}C$$

Problemas resueltos

ALGEBRA DE BOOLE

7.1 Considere el álgebra de Boole D_{70} definida en el ejemplo 7.1(e).

- (a) Encuentre el valor de: (1) $A = 35 * (2 + 7)$, (2) $B = (35 * 10) + 14'$, (3) $C = (2 + 7) * (14 * 10)'$.
 - (b) ¿Cómo están ordenados los elementos D_{70} ? Dibuje el diagrama de D_{70} .
 - (c) Encuentre los átomos de D_{70} .
- (a) Calcule cada expresión paso por paso, utilizando las definiciones de $a + b, a * b$ y a' .
- (1) $7' = 10, 2 + 10 = 10$; así que, $A = 35 * 10 = 5$.
 - (2) $35 * 10 = 5, 14' = 5$; así que, $B = 5 + 5 = 5$.
 - (3) $2 + 7 = 14, 14 * 10 = 2, 2' = 35$; así que, $C = 14 * 35 = 7$.
- (b) Observe que $a + b = \text{mcm}(a, b) = b$ si y sólo si b es un múltiplo de a . Así que $2 \lesssim 14$, pero 2 y 5 no son comparables. La fig. 7-10 es el diagrama de D_{70} .
- (c) Los átomos de D_{70} son los sucesores inmediatos de 1; éstos son 2, 5 y 7 (los primos en D_{70}).

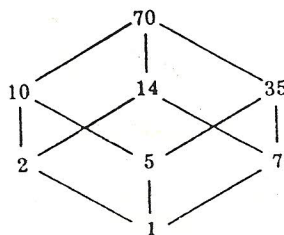


Figura 7-10

