

12/08/03

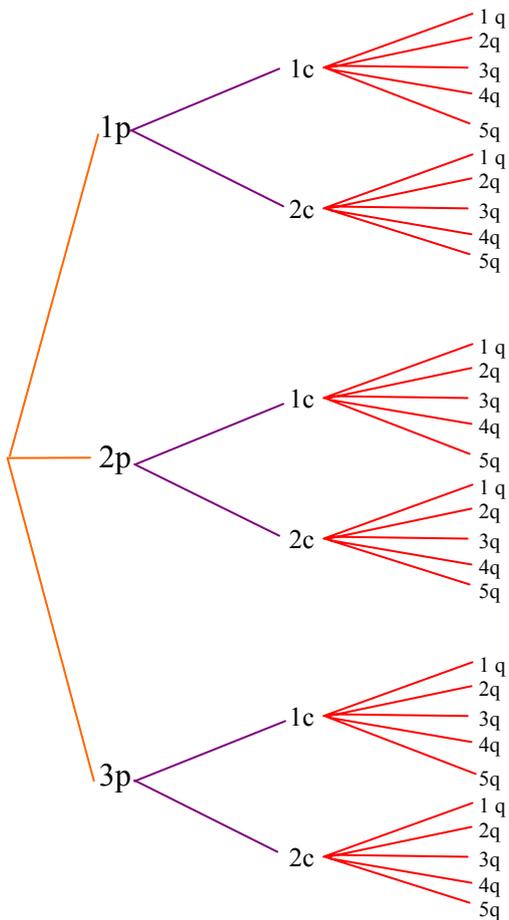
REGLA DE LA SUMA

Suma de formas

REGLA DEL PRODUCTO

Multiplicación de formas

Ejemplo: 3 panes, 2 cafés y 5 queques



Ejercicios

1. Durante una campaña local, 8 candidatos republicanos y 5 demócratas se nominan para presidente del consejo escolar.

a) Si el presidente va a ser uno de estos candidatos ¿Cuántas posibilidades hay para el posible ganador?

$$5 + 8 = 13$$

b) ¿Cuántas posibilidades hay para que una pareja de candidatos uno de cada partido se oponga entre sí en la elección final?

$$8 \cdot 5 = 40$$

c) ¿Qué principio de conteo se uso en la parte a) y en la parte b)?

En la a) regla de la suma

En la b) regla del producto

2. Una fábrica de automóviles tiene 4 modelos, 12 colores, 3 tamaños de motor y 2 tipos de transmisión ¿Cuántos carros distintos se pueden fabricar?

$$4 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 2 = 288 \text{ carros}$$

3. En algunas de las primeras versiones del lenguaje de programación Basic, el nombre de una variable consta de una sola letra (26 letras) o una sola letra seguida de un dígito, como el computador no distingue entre las letras mayúsculas y minúsculas ¿Cuántas formas distintas existen para el nombre de variables?

$$26 + (26 \cdot 10) = 286$$

4. Al hacer placas se necesitan siempre 2 letras seguidas de 4 dígitos ¿Cuántas placas diferentes se pueden tener?

$$26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 26^2 \cdot 10^4 = 6\,760\,000 \quad \text{Con repetición}$$

L L D D D D

$$26 \cdot 25 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 3\,276\,000 \quad \text{Sin repetición}$$

FACTORIAL

$$\begin{aligned} n! &= n(n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 \\ &= 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n \end{aligned}$$

Ejemplos:

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 = 5 \cdot 4! = 5 \cdot 4 \cdot 3! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!$$

$$4! = 24$$

$$6! = 5! \cdot 6 = 720$$

$$1! = 1$$

$$0! = 1 \quad \text{NOTA}$$

$$\triangleright \frac{8!}{6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!}} = 8 \cdot 7 = 56$$

$$\triangleright \frac{12!}{11!} = \frac{12 \cdot \cancel{11!}}{\cancel{11!}} = 12$$

$$\triangleright \frac{(n+2)!}{n!} = \frac{(n+2) \cdot (n+1) \cdot \cancel{n!}}{\cancel{n!}} = (n+2)(n+1)$$

$$\triangleright \frac{(n+2)!}{n!} = \frac{(n-1)!}{n(n-1)!} = \frac{1}{n}$$

$$\triangleright (n+3)(n+2) = \frac{(n+3)!}{(n+1)!}$$

$$\triangleright \frac{1}{(n+3)(n+2)} = \frac{(n+1)!}{(n+3)!}$$

Ejercicios

1. Realice:

a) $7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$

b) $9! = 9 \cdot 8 \cdot 7! = 362\,880$

c) $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

2. Realice:

a) $\frac{13!}{10!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot \cancel{10!}}{\cancel{10!}} = 13 \cdot 12 \cdot 11 = 1716$

b) $\frac{7!}{10!} = \frac{\cancel{7!}}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \cancel{7!}} = \frac{1}{10 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{1}{720}$

c) $\frac{4!}{2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 4 \cdot 3 = 12$

d) $\frac{3!}{6!} = \frac{3!}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!} = \frac{1}{6 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{1}{120}$

3. Escriba en términos factoriales

a) $27 \cdot 26 = \frac{27!}{25!}$

b) $\frac{1}{14 \cdot 13 \cdot 12} = \frac{11!}{14!}$

c) $(n-1)(n-2) = \frac{(n-1)!}{(n-3)!}$

d) $\frac{1}{n(n-1)(n-2)} = \frac{(n-3)!}{n!}$

4. Simplifique

a) $\frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n \cdot \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = n$

b) $\frac{(n+2)!}{n!} = \frac{(n+2)(n+1)n!}{n!} = (n+2)(n+1)$

19/08/03

I Examen parcial 29 de agosto

Tarea: Pags 272- 274, 29 de agosto

PERMUTACIÓN

Orden importa

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad r \leq n$$

$$P(n, r) = {}_n P_r = P_r^n = P_{n,r} = (n)_r$$

Número de tres dígitos diferentes

$$\underline{10} \quad \underline{9} \quad \underline{8} \qquad \underline{9} \quad \underline{10} \quad \underline{8}$$

$$P(10,3) = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \cancel{7!}}{\cancel{7!}} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

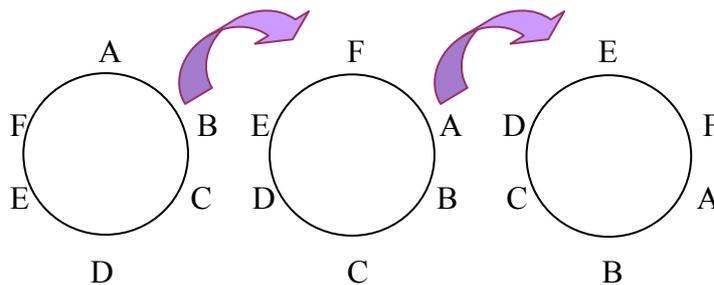
Número de tres dígitos diferentes, impar

$$\underline{8} \cdot \underline{8} \cdot \underline{5} = 320$$

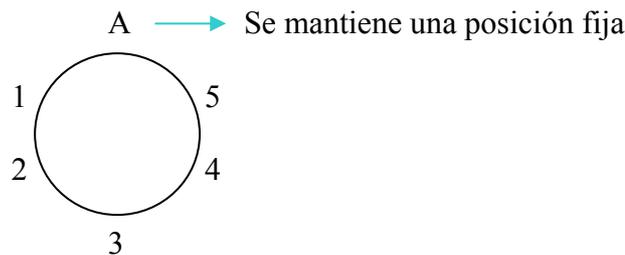
Con repetición $\underline{9} \cdot \underline{10} \cdot \underline{5} = 450$

TEOREMA

$(n-1)!$



IMPORTANTE



$(n-1)!$

Ejemplo: $\frac{6!}{6} = \frac{\cancel{6} \cdot 5!}{\cancel{6}} = 5!$

TEOREMA 11.4

Partición ordenada

$$n_1 + n_2 + \dots + n_n = n$$

El orden importa

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

Ejemplo:

¿Cuántas formas diferentes puedo ordenar focos: 3 rojos, 4 amarillos, 2 azules?

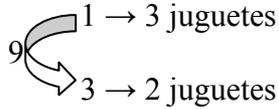
Total 9 focos

$$\frac{9!}{3! \cdot 4! \cdot 2!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{4!} \cdot 2 \cdot 1} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 5}{2} = 1260$$

Corolario 11.6
Partición no ordenada

$$\frac{n!}{[(1!)^{i_1} \cdot i_1!] [(2!)^{i_2} \cdot i_2!] \dots [(n!)^{i_n} \cdot i_n!]}$$

9 juguetes ¿De cuántas maneras se pueden ordenar?



$$\frac{9!}{[(3!)^1 \cdot 1!] [(2!)^3 \cdot 3!]} = \frac{9!}{(3 \cdot 2 \cdot 1) (2^3 \cdot 3 \cdot 2)} = \frac{9 \cdot \cancel{8} \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}}{\cancel{6} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}} =$$

$$9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 1260$$

Ejercicios

1. a) ¿Cuántos números de tres dígitos son pares?

- o Con repetición

$$\frac{9}{-0} \cdot \frac{10}{0-9} \cdot \frac{5}{\text{Pares}} = 450$$

- o Sin repetición

$$\frac{9}{0} \cdot \frac{8}{-1^{\text{ero}} \text{ y } -0} \cdot \frac{1}{0 \text{ Por decisión}} + \frac{8}{-0 \text{ y } 3^{\text{ero}}} \cdot \frac{8}{2, 4, 6, 8} \cdot \frac{4}{2, 4, 6, 8} = 72 + 256 = 328$$

b) ¿Cuántos números de tres dígitos son divisibles entre 5?

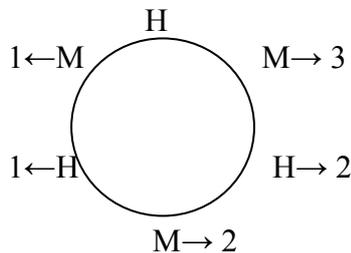
- o Con repetición

$$\frac{9}{-0} \cdot \frac{10}{0-9} \cdot \frac{2}{-0} = 180$$

- o Sin repetición

$$\frac{9}{-0} \cdot \frac{8}{-1^{\text{ero}} \text{ y } -0} \cdot \frac{1}{0} + \frac{8}{-0 \text{ y } 3^{\text{ero}}} \cdot \frac{8}{2, 4, 6, 8} \cdot \frac{1}{-0} = 72 + 64 = 136$$

2. Tengo una mesa circular donde voy a sentar 3 hombres y 3 mujeres alternados



$$3 * 2 * 2 * 1 * 1 = 12$$

3. ¿Cuántas formas diferentes puedo cambiar la palabra MISSISSIPI?

$$\frac{10!}{4! \cdot 4! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{4! \cdot \cancel{4!}} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$$

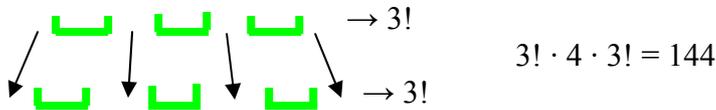
$$\frac{151\ 200}{24} = 6300$$

4. Hay 6 personas en la fila de autobús

a) ¿Cuántas formas diferentes se puede ordenar la fila?

$$6! = 720 \text{ formas}$$

b) Hay 3 personas que quieren estar juntas seguidas, ¿cuántas filas se pueden formar?



COMBINACIÓN

Orden no importa

$$C(n, r) = \frac{P(n, r)}{r!} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \binom{n}{r, n-r} \quad 0 \leq r \leq n$$

Ejemplo:

Ordenar 3 letras sin repetición

$$P(3, 3) = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1} = 6$$

abc bac cab acb bca cba

$$C(3, 3) = \frac{3!}{3!(3-3)!} = \frac{3!}{3! \cdot 0!} = \frac{6}{6 \cdot 1} = 1 \quad \text{Orden no importa}$$

CON REPETICIÓN (No entra en el examen)

$$\binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{r! (n-1)!}$$

Ejemplo:

1. Encuentre el número de comités de 3 personas que pueden formarse con 10 personas

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{720}{6} = 120$$

2. Hay 6 vacas, tiene que escoger 3.

Hay 5 cerdos, tiene que escoger 2.

Hay 10 gallinas, tiene que escoger 8.

$$\binom{6}{3} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{10}{8} = \left(\frac{6!}{3! \cdot 3!} \right) \cdot \left(\frac{5!}{2! \cdot 3!} \right) \cdot \left(\frac{10!}{8! \cdot 2!} \right) =$$

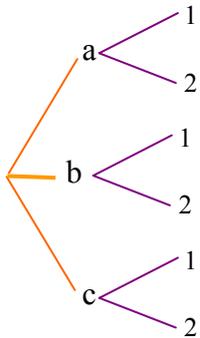
$$\left(\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} \right) \cdot \left(\frac{5 \cdot 4}{2} \right) \cdot \left(\frac{10 \cdot 9}{2} \right) = 20 \cdot 10 \cdot 45 = 9000$$

22/08/03

DIAGRAMAS DE ARBÓL

3 letras = a, b, c

2 números = 1, 2



ESPACIO MUESTRAL

Es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento estadístico y se representa por la letra **S**.

Cada uno de los resultados del espacio muestral se le llama elemento, punto muestral o miembro del espacio muestral.

Ejemplo: Al tirar una moneda ¿cuáles son las posibilidades?

$S = \{E, C\}$

Elemento

Al tirar de un dado una vez ¿cuáles son las posibilidades?

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Enunciado

Es como se describen mejor los espacios muestrales de un número grande o infinito.

Ejemplo:

- Ciudades con más de un millón de personas
 $S = \{x/x \text{ va a tener más de un millón de personas}\}$
- Puntos de un círculo de radio 2
 $S = \{(x, y)/ x^2 + y^2 \leq 4\}$

Evento

Subconjunto del espacio muestral.

Ejemplos:

- Números pares al lanzar un dado
 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Evento = $A = \{2, 4, 6\}$
- Números divisibles entre 3 al lanzar un dado
 $B = \{3, 6\}$
- Números impares al lanzar un dado
 $C = \{1, 3, 5\}$

Complemento

Los resultados que le faltan al evento para ser el espacio muestral.

$$A' = \{1, 3, 5\}$$

Intersección

Aquellos elementos que están en ambos eventos.

$$A \cap B = \{6\}$$

$$A \cap C = \emptyset$$

Dos eventos o conjuntos son disjuntos o mutuamente excluyentes cuando la intersección es vacía.

Unión

Aquellos elementos que están en ambos conjuntos

$$A \cup B = \{2, 4, 6, 3\}$$

$$A \cup C = S$$

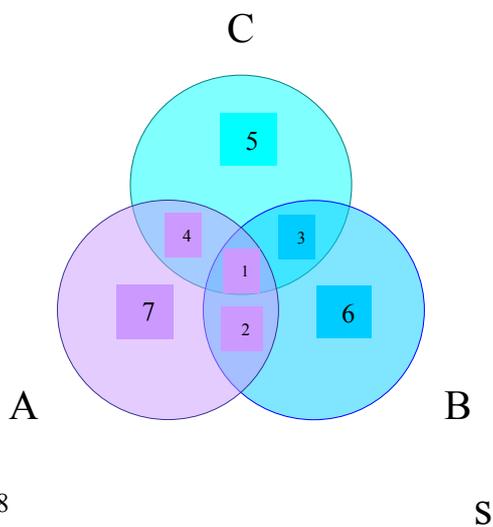
$$A \cup A^{-1} = S$$

Un evento unión con su complemento da el espacio muestral.

Reglas

- 1) $A \cup A' = S$
- 2) $A \cap \emptyset = A$
- 3) $A \cup \emptyset = A$
- 4) $A \cap A' = \emptyset$
- 5) $S' = \emptyset$
- 6) $\emptyset' = S$
- 7) $(A')' = A$
- 8) $(A \cap B)' = A' \cup B'$
- 9) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

DIAGRAMAS DE VENN



Ejemplo:

Hay 100 estudiantes, 42 estudian matemática, 68 psicología y 54 historia.

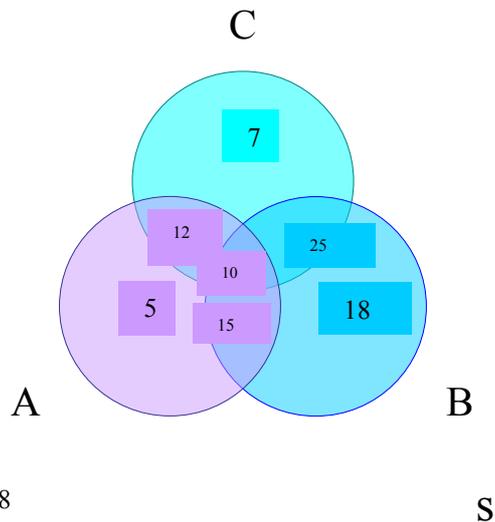
22 matemática e historia

25 matemática y psicología

7 sólo historia

10 tres materias

8 ninguna



Ejercicios

CONTEO DE PUNTOS MUESTRALES

1. 4 modelos, 12 colores, 3 tamaños de motor y 2 tipos de transmisión

a) $4 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 2 = 288$

b) $4 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

2. 2 letras seguidas de 4 dígitos, la 2^{da} letra O ó Q, 4^{to} dígito 8 ó 3, 1^{era} letra C ó G, 1^{er} dígito 7

$2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 = 800$

3. 8 pasteles, 6 bolos. Vasos pequeños, medianos, grandes, café (negro, con crema, azúcar, crema y azúcar), té (solo, crema, azúcar, crema y azúcar, limón, limón y azúcar), chocolate y jugo de naranja.

a) Pieza de pastelería y bebida mediana

$(8 + 6) \cdot 12 = 14 \cdot 12 = 168$

b) Pieza de pastelería, café, bollo, té.

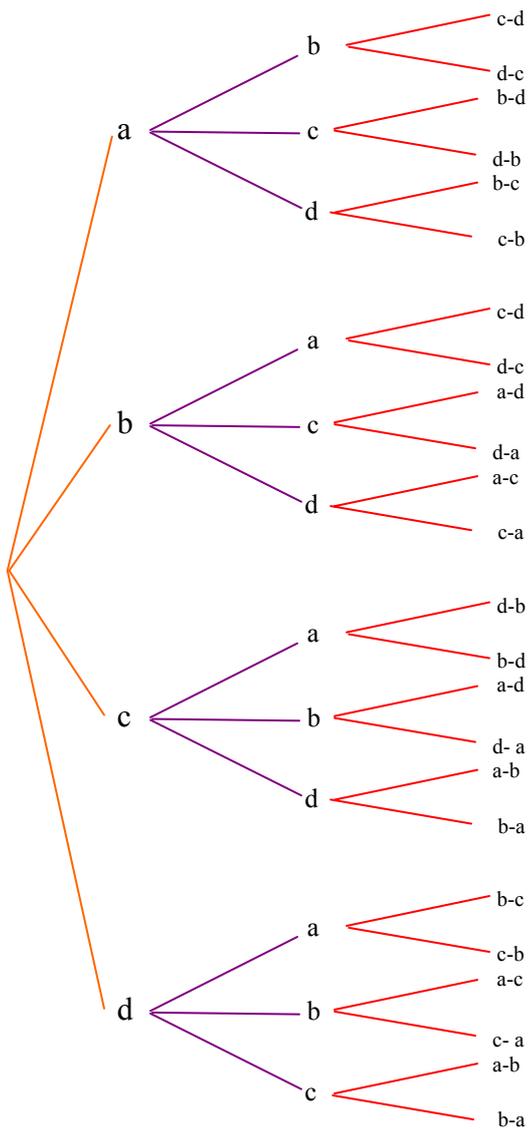
$8 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3 = 18\ 144$

c) Pastel, té, bollo, jugo, (pieza de pastelería y café) para 2

$8 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 3 = 73\ 156\ 608$

4. Permutaciones de a, b, c, d

$P(4, 4) = 4! = 24$



5. a) Permutaciones existen para 8 letras: a, c, f, g, i, t, w, x
 $8! = 40\,320$

c) ¿Cuántas empiezan con t?
 $7! = 5040$

d) Empiezan con t y terminan con c
 $6! = 720$

6. a) Permutaciones de tamaño 3, con las letras m, r, a, f y t

$$C(5, 3) = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

mra maf raf aft
 mrf mat rat
 mrt mft rft

7. 12 personas, 10 hombres y 10 mujeres. Formas de selección

a) No hay restricciones

$$\binom{20}{12} = \frac{20!}{12! \cdot 8!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 125\,970$$

b) Debe haber 6 hombres y 6 mujeres

$$\binom{10}{6} \binom{10}{6} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{5040}{24} \cdot \frac{5040}{24} = 44\,100$$

c) Debe haber un número par de mujeres

$$\begin{aligned} & \binom{10}{2} \binom{10}{10} + \binom{10}{4} \binom{10}{8} + \binom{10}{6} \binom{10}{6} + \binom{10}{10} \binom{10}{2} = \\ & \left(\frac{10 \cdot 9}{2} \right) \cdot 1 + \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2} \right) \cdot \left(\frac{10 \cdot 9}{2} \right) + \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2} \right) \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2} \right) + \\ & \left(\frac{10 \cdot 9}{2} \right) \cdot \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2} \right) + 1 \cdot \left(\frac{10 \cdot 9}{2} \right) \end{aligned}$$

$$= 45 + (210 \cdot 45) + (210 \cdot 210) + (45 \cdot 210) + 45 = 45\,945 + 44\,100 + 9\,450 + 45 = 63\,090$$

d) Debe haber más mujeres que hombres

$$\begin{aligned} & \binom{10}{10} \binom{10}{2} + \binom{10}{9} \binom{10}{3} + \binom{10}{8} \binom{10}{4} + \binom{10}{7} \binom{10}{5} = \\ & 1 \cdot \left(\frac{10 \cdot 9}{2} \right) + 10 \cdot \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2} \right) + \left(\frac{10 \cdot 9}{2} \right) \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2} \right) + \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2} \right) \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} \right) \end{aligned}$$

$$45 + 10 \cdot 120 + 45 \cdot 210 + 120 \cdot 252 = 45 + 1200 + 9450 + 30\,240 = 40\,935$$

e) Al menos 8 hombres

$$\begin{aligned} & \binom{10}{10} \binom{10}{2} + \binom{10}{9} \binom{10}{3} + \binom{10}{8} \binom{10}{4} = \\ & 1 \cdot \left(\frac{10 \cdot 9}{2} \right) + 10 \cdot \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2} \right) + \left(\frac{10 \cdot 9}{2} \right) \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2} \right) = \end{aligned}$$

$$45 + 10 \cdot 120 + 45 \cdot 210 = 45 + 1200 + 9450 = 10\,695$$

8. ¿Cuántos bytes contienen?

a) Exactamente dos unos

$$\binom{8}{2} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$$

b) Exactamente cuatro unos

$$\binom{8}{4} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 70$$

c) Exactamente seis unos

$$\binom{8}{6} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$$

d) Al menos seis unos

$$\binom{8}{6} + \binom{8}{7} + \binom{8}{8} = \frac{8 \cdot 7}{2} + 8 + 1 = 28 + 8 + 1 = 37$$

9. Responder 7 de 10, formas de hacer la selección si

a) No hay restricciones

$$\binom{10}{7} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2} = 120$$

b) Contestar las dos primeras

$$\binom{8}{5} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} = 56$$

c) Al menos 4 de las primeras 6

$$\binom{6}{4} \binom{4}{3} + \binom{6}{5} \binom{4}{2} + \binom{6}{6} \binom{4}{1} =$$

$$\left(\frac{6 \cdot 5}{2} \right) \cdot 4 + 6 \cdot \left(\frac{4 \cdot 3}{2} \right) + 1 \cdot 4 = 60 + 36 + 4 = 100$$

10. 12 libros entre 4 niños

a) Cada niño reciba 3

$$\frac{12!}{3! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{479001600}{1296} = 369\,600$$

b) 2 niños 4 libros y 2 niños 2 libros

$$\frac{12!}{4! \cdot 4! \cdot 2! \cdot 2!} = 207\,900$$

02/09/03

RELACIONES DE RECURRENCIA

Es aquella ecuación o algoritmo en donde para obtener un valor actual se necesita de uno o más antecesores inmediatos.

Ejemplo:

$$a_{n+1} = 3a_n \quad n \geq 0, a_0 = 1$$

CONDICIONES INICIALES O FRONTERA

Son los valores iniciales que se necesitan para una relación de recurrencia dada, se conoce como a_0 ó a_1 , donde $a_0 = A$, $A = \text{constante}$.

Lineal

Se dice que una relación de recurrencia es lineal si cada uno de sus términos está elevado a la primera potencia.

Ejemplo: a_n

Homogénea

Que su función sea 0.

$$\text{Ejemplo: } a_{n+1} + c a_n = f(n) \longrightarrow = 0 / a_{n+1} = 3 a_n \\ a_{n+1} - 3 a_n = 0$$

No homogénea

Su función no es igual a 0.

$$\text{Ejemplo: } a_{n+1} = 3 a_n + 3n \\ a_{n+1} - 3 a_n = 3n \longrightarrow f(n)$$

De primer orden

Es aquella relación de recurrencia que para obtener su valor actual sólo depende de su antecesor inmediato.

$$\text{Ejemplo: } a_{n+1} = 3 a_n \quad n \geq 0, a_0 = 1$$

De segundo orden

Es aquella relación de recurrencia que necesita de sus dos antecesores inmediatos para poder solucionarse.

Coefficientes constantes

Cada a_n va a estar multiplicado por una constante.

$$\text{Ejemplo: } a_{n+1} = 3 a_n \longrightarrow \text{constante}$$

Coefficiente variable

Al menos uno de sus términos va a estar multiplicado por número variable

$$\text{Ejemplo: } a_n = n \cdot a_{n-1} \longrightarrow \text{Variable}$$

Ejemplo:

$$a_n = n \cdot a_{n-1} \quad n \geq 0, a_1 = 1$$

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 1 \cdot a_0 = 1 \cdot 1 = 1$$

$$a_2 = 2 \cdot a_1 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$a_3 = 3 \cdot a_2 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$a_4 = 4 \cdot a_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

 $a_n = n!$

SOLUCIÓN DE RELACIÓN DE RECURRENCIA

1) Debe cumplir:

- ❖ Ser de primer orden
- ❖ Homogénea
- ❖ Coeficientes constantes
- ❖ Lineales

$$a_{n+1} = c a_n \quad a_0 = A, \text{ donde } A = \text{constante}$$

$$a_n = c^n A \longrightarrow \text{SOLUCIÓN GENERAL}$$

Función de n , que no depende de los términos anteriores de la sucesión una vez definido sus términos iniciales

Ejemplos:

- $a_{n+1} = 3 a_n \quad n \geq 0, a_0 = 1$
 $a_n = 3^n \cdot 1$
 $a_3 = 3^3 \cdot 1 = 27$

- $a_{n+1}^2 = 5 a_n^2 \quad n \geq 0, a_0 = 2$
 Sustitución $b_n = a_n^2$
 $b_{n+1} = 5 b_n \quad b_0 = 4$
 $b_n = 5^n \cdot 4$
 $a_n = (\sqrt{5})^n \cdot 2$

Ejercicios

a. $3 a_{n+1} - 4 a_n = 0 \quad n \geq 0, a_0 = 5$
 $3 a_{n+1} = 4 a_n$
 $a_{n+1} = 4/3 a_n$
 $a_n = (4/3)^n 5$

b. $2a_n - 3 a_{n-1} = 0 \quad n \geq 1, a_0 = 3$
 $2a_n = 3 a_{n-1}$
 $a_n = (3/2) a_{n-1}$
 $a_n = (3/2)^n \cdot 3$

 Los subíndices nunca pueden ser negativos