Pruebas de Hipótesis de Una y Dos Muestras

UCR – ECCI
CI-0115 Probabilidad y Estadística
Prof. Kryscia Daviana Ramírez Benavides

Hipótesis Estadísticas
Conceptos Generales

- En algunos casos el científico o el ingeniero necesitan la formación de un procedimiento de decisión que se base en los datos, el cual ofrezca una conclusión acerca de algún sistema científico.
  - Se postula o conjetura algo acerca de un sistema.
- Se deben incluir el uso de datos experimentales y la toma de decisiones basadas en ellos.
- De manera formal la conjetura se puede poner en forma de hipótesis estadística.

Hipótesis Estadísticas
Conceptos Generales (cont.)

- Una **hipótesis estadística** es una aseveración o conjetura con respecto a una o más poblaciones.
- La verdad o falsedad de una hipótesis estadística nunca se sabe con absoluta certidumbre, a menos que examinemos toda la población; lo cual es poco práctico en la mayoría de la situaciones.
- Por lo cual, se toma una muestra aleatoria de la población de interés, y se utilizan los datos contenidos en esta muestra para proporcionar evidencia que apoye o no la hipótesis.
  - La evidencia de la muestra que sea inconsistente con la hipótesis que se establece conduce al rechazo de la misma.

Hipótesis Estadísticas
Conceptos Generales (cont.)

- Un procedimiento de decisión debe hacerse con la noción de la **probabilidad de una conclusión errónea**.
  - El rechazo de una hipótesis simplemente implica que la evidencia de la muestra la refuta.
  - El rechazo significa que hay una pequeña probabilidad de obtener la información muestral observada cuando, de hecho, la hipótesis es verdadera.
- Como resultado, el analista de los datos **establece una conclusión firme cuando se rechaza una hipótesis**.
- Cuando el análisis de datos formaliza la evidencia experimental con base en la prueba de hipótesis, es muy importante **la declaración** o **el establecimiento formal** de la hipótesis.

Hipótesis Estadísticas Conceptos Generales (cont.)

- La estructura de la prueba de hipótesis se formula usando el término **hipótesis nula**, el cual se refiere a cualquier hipótesis que se desea probar y se denota con H_0.
- El rechazo H_0 de conduce a la aceptación de la **hipótesis alternativa**, que se denota con H_1.
- La hipótesis alternativa H_1 representa **la pregunta que se debe responder** o **la teoría que se debe probar** y, por ello, su especificación es muy importante.
- La hipótesis nula H_0 anula o se opone a H_1, y a menudo es el complemento lógico para H_1.

Hipótesis Estadísticas
Conceptos Generales (cont.)

- El analista llega a una de las dos conclusiones siguientes:
  - **Rechace H_0:** A favor de H_1 debido a evidencia suficiente en los datos.
  - **No rechace H_0:** Debido a evidencia insuficiente en los datos.
- Las conclusiones no implican una "aceptación" formal o literal de H_0, a menudo representa el "status quo" contrario a una nueva idea, conjetura, etc., enunciada en H_1.
- En tanto que no rechazar H_1 representa la conclusión adecuada.
- Por lo general, la hipótesis nula se plantea de tal modo que especifique un valor exacto del parámetro.

Hipótesis Estadísticas Conceptos Generales (cont.)

- El mejor ejemplo para entender la prueba de hipótesis es el veredicto de un jurado.
- La hipótesis nula y alternativa son:
  - H_0: el acusado es inocente.
  - H_1: el acusado es culpable.
- La acusación proviene de una sospecha de culpabilidad.
  - La hipótesis H_0 (status quo) se establece en oposición a H_1 y se mantiene a menos que se apoye H_1 con evidencia "más allá de una duda razonable".
  - El no rechazo de H_0 no implica inocencia, sino que la evidencia fue insuficiente para lograr una condena. De esta manera el jurado no necesariamente acepta H_0, sino que no la rechaza.

Prueba de una Hipótesis Estadística

- Una prueba o contraste de una hipótesis estadística es una regla o procedimiento que conduce a una decisión de aceptar o rechazar cierta hipótesis con base en los resultados de una muestra.
- Los procedimientos de prueba de hipótesis dependen del empleo de la información contenida en una muestra aleatoria de la población de interés.
  - Si esta información es consistente con la hipótesis se concluye que es verdadera.
  - En caso contrario, la información es inconsistente con la hipótesis, se concluye que es falsa.

Prueba de una Hipótesis Estadística (cont.)

- **Estadístico de prueba.** Valor obtenido a partir de la información muestral, se utiliza para determinar si se rechaza o no la hipótesis.
  - Toda prueba de hipótesis lleva implícita un estadístico para probarla.
  - Este estadístico depende del problema planteado y de la codificación de las variables.
- **Región crítica.** Región de rechazo de la hipótesis nula H_0.
  - Se denomina C (subconjunto del espacio muestral) a la región crítica de una prueba dada si nos lleva a rechazar la hipótesis nula H_0 cuando la muestra cae en la región C.
- **Valor crítico.** El punto que divide la región de aceptación y la región de rechazo de la hipótesis nula H_0.

Prueba de una Hipótesis Estadística (cont.)

- **Nivel de significancia.** Probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera. Se denota con α.
- **Error Tipo I.** Rechazar la hipótesis nula cuando en realidad es verdadera. La probabilidad de cometer un error tipo I se le llama *nivel de significancia*.
- **Error Tipo II.** Aceptar la hipótesis nula cuando en realidad es falsa.
- La probabilidad de cometer el error tipo II es imposible de calcular a menos que tengamos una hipótesis alternativa específica. Se denota con β.

Prueba de una Hipótesis Estadística (cont.)

- Al probar cualquier hipótesis estadística, hay cuatro situaciones posibles que determinan si nuestra decisión es correcta o errónea (ver la siguiente tabla).

		Situaciones Posibles	
		H_0 verdadera	**H_0 falsa**
Decisiones Posibles	**No rechazar H_0**	Decisión correcta	Error tipo II
	Rechazar H_0	Error tipo I	Decisión correcta

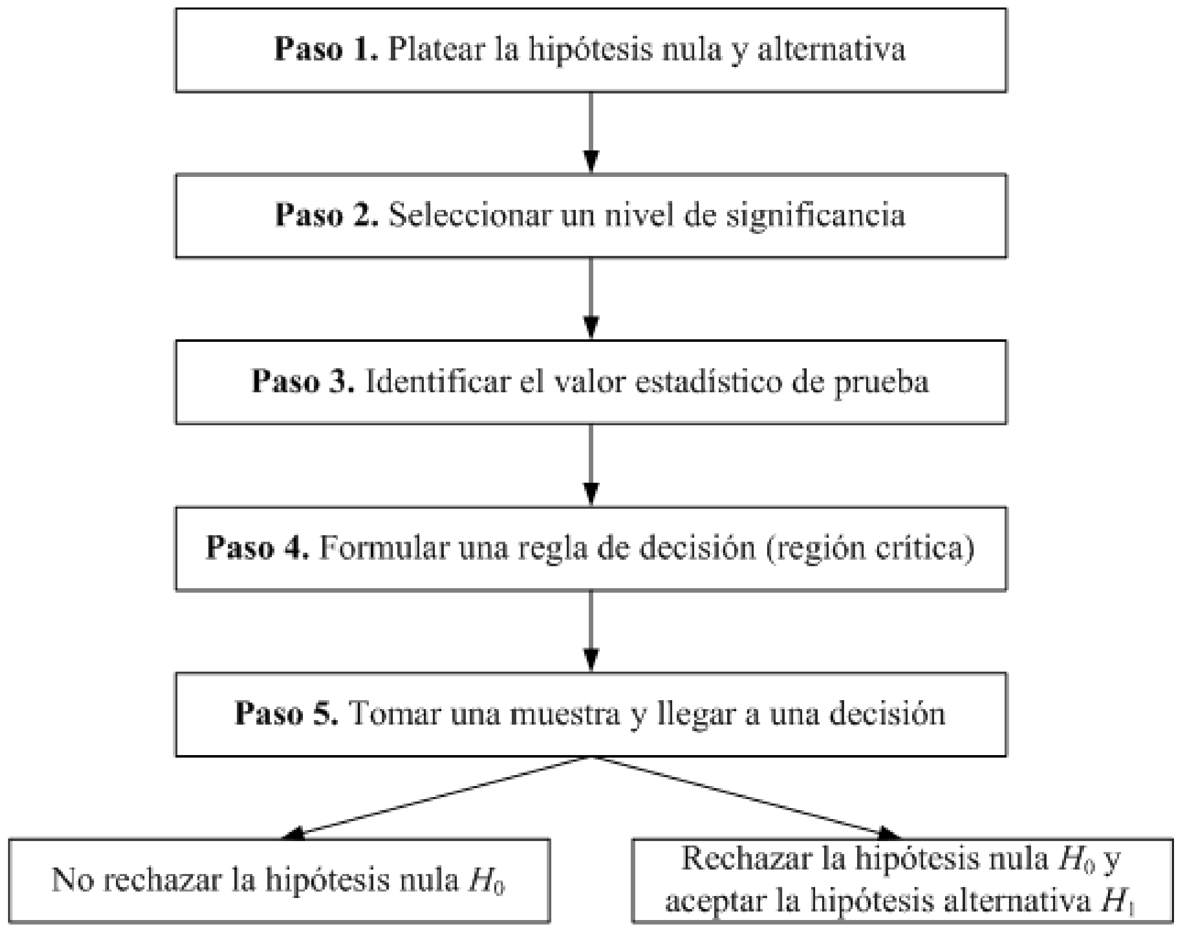
$$\alpha = P(\text{error tipo I}) = P(\text{Rechazar } H_0 | H_0 \text{ verdadera}) = P(\text{Muestra dentro de } C | H_0)$$

$$\beta = P(\text{error tipo II}) = P(\text{No rechazar } H_0 | H_0 \text{ falsa}) = P(\text{Muestra fuera de } C | H_1)$$

Prueba de una Hipótesis Estadística (cont.)

- Los valores para la significancia de una prueba de uso más común son 0.01, 0.05 y 0.10; o sea, el investigador está dispuesto a permitir 1%, 5% o 10% de cometer un error tipo I.
- Idealmente se desearía que la probabilidad de error tipo I fuera igual a cero. Sin embargo, si se desea $\alpha = 0$, nunca se podría tomar la decisión de rechazar la hipótesis nula.
- La decisión de rechazar la hipótesis nula es importante, ya que la decisión se basa en una muestra y no en la población; por lo cual existe la posibilidad de cometer un error tipo I.

Prueba de una Hipótesis Estadística (cont.)



Prueba de una Hipótesis Estadística (cont.)

- Propiedades importantes de una prueba de hipótesis:
  - Los errores tipo I y tipo II están relacionados. Por lo general, una disminución en la probabilidad de uno tiene como resultado un incremento en la probabilidad del otro.
  - El tamaño de la región crítica y, por lo tanto, la probabilidad de cometer un error tipo I, siempre se puede reducir al ajustar el(los) valor(es) crítico(s).
  - Un aumento en el tamaño de la muestra n reducirá a α y β de forma simultánea.
  - Si la hipótesis nula es falsa, β es un máximo cuando el valor real de un parámetro se aproxima al valor hipotético. Cuando más grande sea la distancia entre el valor real y el valor hipotético, β será menor.

Prueba de una Hipótesis Estadística (cont.)

- La cantidad 1 – β se conoce como el **poder de la prueba** o **potencia**, es la probabilidad de rechazar H_0 cuando es falsa (en realidad debe ser rechazada). Idealmente se quiere tener pruebas cuyo poder sea alto.

$$\Pi = 1 - \beta = P(\text{Rechazar } H_0 | H_0 \text{ falsa}) = P(\text{Muestra dentro de } C | H_1)$$

- A menudo diferentes tipos de pruebas se comparan al contrastar propiedades de potencia.

Pruebas de Una y Dos Colas

- Una prueba de cualquier hipótesis estadística, donde la alternativa es **unilateral** como

$$\begin{aligned} H_0 &: \theta = \theta_0 \\ H_1 &: \theta > \theta_0 \end{aligned} \quad \text{o} \quad \begin{aligned} H_0 &: \theta = \theta_0 \\ H_1 &: \theta < \theta_0 \end{aligned}$$

  se denomina **prueba de una sola cola**.
- Por lo general, la región crítica para la hipótesis alternativa $\theta > \theta_0$ yace en la cola derecha de la distribución del estadístico de prueba; en tanto que la región crítica para la hipótesis alternativa $\theta < \theta_0$ yace en la cola izquierda.

Pruebas de Una y Dos Colas (cont.)

- Una prueba de cualquier hipótesis estadística, donde la alternativa es **bilateral** como

$$H_0 : \theta = \theta_0$$
$$H_1 : \theta \neq \theta_0$$

  se denomina **prueba de dos colas**.
- La región crítica se divide en dos partes, que a menudo tienen probabilidades iguales que se colocan en cada cola de la distribución del estadístico de prueba.
- La hipótesis alternativa $\theta \neq \theta_0$ establece que ya sea $\theta < \theta_0$ o que $\theta > \theta_0$.

Prueba de una Hipótesis Estadística (cont.)

Dos colas – Bilateral

Región Crítica (Rechazo H_0) $\alpha/2$	Región Aceptación (No rechazo H_0)	Región Crítica (Rechazo H_0) $\alpha/2$

a $\quad$ b

Valores críticos = a,b

Una cola – Unilateral

Región Crítica (Rechazo H_0) α	Región Aceptación (No rechazo H_0)

a

Valor crítico = a

Región Aceptación (No rechazo H_0)	Región Crítica (Rechazo H_0) α

b

Valor crítico = b

Pruebas de Una y Dos Colas (cont.)

- **Ejemplo.** Un fabricante de cierta marca de cereal de arroz afirma que el contenido promedio de grasa saturada no excede de 1.5 gramos. Establezca las hipótesis nula y alternativa a utilizar para probar esta afirmación y determinar dónde se localiza la región crítica.
- **Solución.** La afirmación del fabricante se debe rechazar sólo si μ es mayor que 1.5mg y no se debe rechazar si es menor o igual que 1.5mg. La prueba es de una sola cola, el símbolo mayor indica que la región crítica yace en la cola derecha de la distribución de nuestro estadístico de prueba $\overline{X}$.

$$H_0 : \mu = 1.5$$

$$H_1 : \mu > 1.5$$

Región de Aceptación (No rechazo H_0) ($\mu \leq 1.5$)	Región Crítica (Rechazo H_0) ($\mu > 1.5$)

Valor Crítico = 1.5

Pruebas de Una y Dos Colas (cont.)

- **Ejemplo.** Un fabricante de cierta marca de cereal de arroz afirma que el contenido promedio de grasa saturada no excede ni disminuye de 1.5 gramos. Establezca las hipótesis nula y alternativa a utilizar para probar esta afirmación y determinar dónde se localiza la región crítica.
- **Solución.** La afirmación del fabricante se debe rechazar sólo si μ es mayor o menor que 1.5mg y no se debe rechazar si es igual que 1.5mg. La prueba es de dos colas, con la región crítica dividida por igual en ambas colas de la distribución de nuestro estadístico de prueba $\overline{X}$.

Región Crítica (Rechazo H_0) ($\mu < 1.5$)	Región de Aceptación (No rechazo H_0) ($\mu = 1.5$)	Región Crítica (Rechazo H_0) ($\mu > 1.5$)

Valor Crítico = 1.5

$$H_0 : \mu = 1.5$$

$$H_1 : \mu \neq 1.5$$

Uso de Valores *P* para la Toma de Decisiones en la Prueba de Hipótesis

- El **valor *P*** es el nivel (de significancia) más bajo donde es significativo el valor observado del estadístico de prueba.
  - El **valor *P*** es el nivel de significancia α más bajo que fuerza el rechazo de la hipótesis nula H_0.
  - El **valor *P*** también es el nivel de significancia α más alto que fuerza la aceptación de la hipótesis nula H_0.
- El valor *P* es la probabilidad de observar un valor muestral tan extremo o más que el valor observado, dado que la hipótesis nula es verdadera.
  - Si el valor *p* es menor que el nivel de significancia, H_0 se rechaza.
  - Si el valor *p* es mayor que el nivel de significancia, H_0 no se rechaza.

Uso de Valores *P* para la Toma de Decisiones en la Prueba de Hipótesis

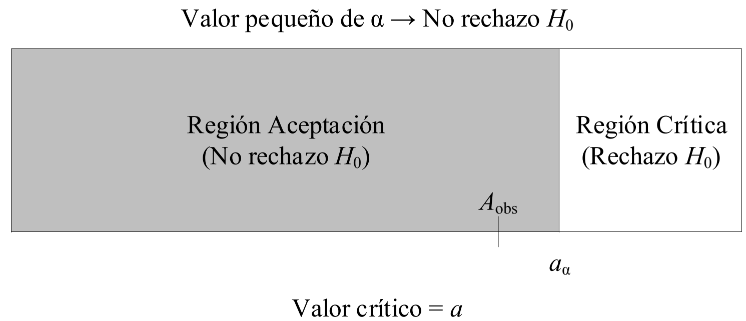
- **Prueba de una cola:** valor $P = P(z$ el valor absoluto del estadístico de prueba calculado)
- **Prueba de dos colas:** valor $P = 2P(z$ el valor absoluto del estadístico de prueba calculado).
- Usando el enfoque del valor *P*, se trata de no confiar en el nivel de significancia. De hecho, se intenta probar una hipótesis utilizando todos los niveles de significancia.

Uso de Valores *P* para la Toma de Decisiones en la Prueba de Hipótesis

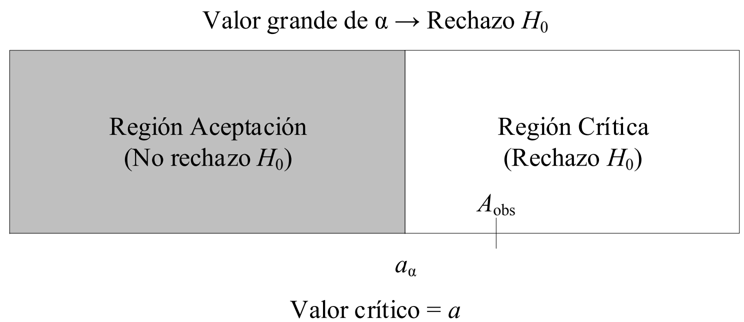
- Teniendo en cuenta todos los niveles de significancia (entre 0 y 1, porque α es una probabilidad de error de Tipo I), se observa:
  - <u>Caso 1</u>. Si el nivel de significancia es muy bajo, aceptamos la hipótesis nula. Un valor bajo de alfa hace que sea muy poco probable que se rechace la hipótesis porque produce una región de rechazo muy pequeña.
  - <u>Caso 2</u>. Si el nivel de significancia es muy alto hace probable que se rechace la hipótesis nula y corresponde a una gran región de rechazo. Un alfa suficientemente grande producirá una región de rechazo tan grande que cubrirá el estadístico de prueba, lo que obligará a rechazar H_0.

Uso de Valores *P* para la Toma de Decisiones en la Prueba de Hipótesis

Caso 1.

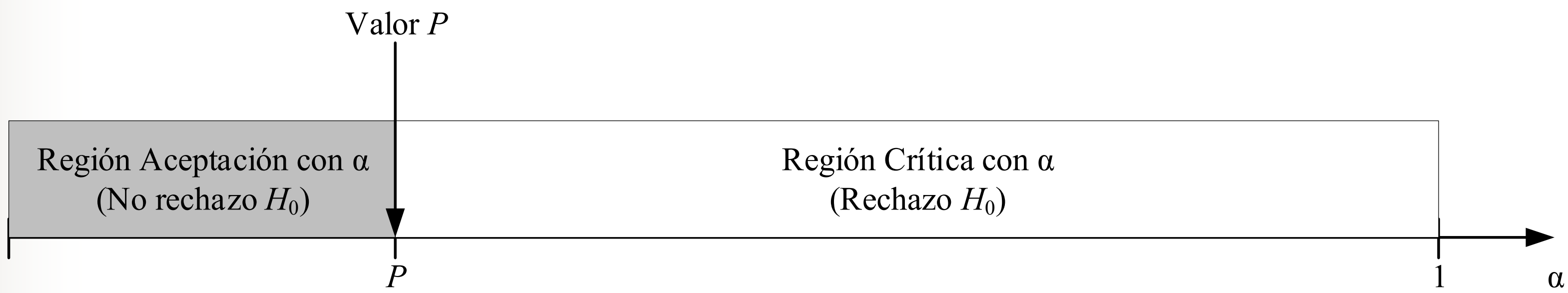


Caso 2.



Uso de Valores P para la Toma de Decisiones en la Prueba de Hipótesis

- Conclusión. Existe un valor límite entre α para aceptar (caso 1) y α para rechazar (caso 2). Este número es un valor *P*.



Uso de Valores *P* para la Toma de Decisiones en la Prueba de Hipótesis (cont.)

- Hipótesis clásica
  - α es fija.
  - El punto más importante en la conclusión de "rechazar H_0" o "no rechazar H_0" es α.
- Hipótesis con valor *P*
  - α no es fija.
  - Las conclusiones se obtienen con base en el tamaño del valor *P* según la apreciación subjetiva del científico o ingeniero.
  - Los valores *P* son producidos por el moderno software computacional.

Uso de Valores *P* para la Toma de Decisiones en la Prueba de Hipótesis (cont.)

- Pasos de la prueba de hipótesis clásica, con probabilidad fija del error tipo I (α)
  - Establezca las hipótesis nula y alternativa.
  - Elija un nivel de significancia α fijo.
  - Seleccione un estadístico de prueba adecuado y establezca la región crítica con base en α.
  - A partir de estadístico de prueba calculado, rechazar H_0 si el estadístico de prueba está en la región crítica, de otra manera, no rechazar H_0.
  - Obtenga conclusiones científicas y de ingeniería.

Uso de Valores *P* para la Toma de Decisiones en la Prueba de Hipótesis (cont.)

- La prueba de hipótesis clásica se llama prueba de nivel α (enfoque general). Un algoritmo estándar para una prueba de hipótesis de nivel α consta de 3 pasos:
  - Estadístico de prueba. Es una cantidad calculada a partir de los datos que se conocen, los cuales siguen una distribución dada.
  - Región de aceptación y región de rechazo. Hay una parte de la distribución del estadístico cuya área es α y se llama región de rechazo (región crítica). El complemento de esta región se llama región de aceptación y su área es (1 – α).
  - Resultado y su interpretación. Acepte la hipótesis H_0 si el estadístico de prueba cae en la región de aceptación. Rechace H_0 a favor de la hipótesis H_1 si el estadístico de prueba cae en la región de rechazo.

Uso de Valores *P* para la Toma de Decisiones en la Prueba de Hipótesis (cont.)

- Pasos de la prueba de significancia, aproximación al valor *P*
  - Establezca las hipótesis nula y alternativa.
  - Elija un estadístico de prueba adecuado.
  - Calcule el valor *P* con base en los valores calculados del estadístico de prueba.
  - Utilice el juicio con base en el valor *P* y reconozca el sistema científico.

Uso de Valores *P* para la Toma de Decisiones en la Prueba de Hipótesis (cont.)

- La prueba de hipótesis con el valor *P* consta de 4 pasos:
  - Estadístico de prueba. Es una cantidad calculada a partir de los datos que se conocen, los cuales siguen una distribución dada.
  - Región de aceptación y región de rechazo. Las regiones se dividen de la siguiente manera:
    - Para $\begin{cases} \alpha < P \rightarrow \text{No rechazo } H_0 \\ \alpha > P \rightarrow \text{Rechazo } H_0 \end{cases}$
    - En la práctica si: $\begin{cases} P < 0.01 \rightarrow \text{Rechazo } H_0 \\ P > 0.1 \rightarrow \text{No rechazo } H_0 \end{cases}$

Uso de Valores *P* para la Toma de Decisiones en la Prueba de Hipótesis (cont.)

- La prueba de hipótesis con el valor *P* consta de 3 pasos:
  - Calculando los valores *P*. El valor *P* se calcula desde los datos.
    - Inicialmente el valor *P* es el nivel de significancia α:

$$P = \alpha$$

    - En este límite la estadística *A* observada coincide con el valor crítico a_α:

$$a_{obs} = a_\alpha$$

    - Y por lo tanto,

$$P = \alpha = P(A \geq a_\alpha) = P(A \geq a_{obs}) = 1 - P(A < a_{obs})$$

    - Ese caso de la figura anterior, es de una cola (derecha). Los casos de una cola (izquierda) y dos colas se calculan de forma similar. Ver la tabla siguiente.

Uso de Valores *P* para la Toma de Decisiones en la Prueba de Hipótesis (cont.)

Hipótesis Nula H_0	Hipótesis Alternativa H_1	Valor *P*	Cálculo
$\theta = \theta_0$	$\theta < \theta_0$ (cola izquierda)	$P(A \leq a_{obs})$	$P(a_{obs})$
	$\theta > \theta_0$ (cola derecha)	$P(A \geq a_{obs})$	$1 - P(a_{obs})$
	$\theta \neq \theta_0$ (dos colas)	$P(\|A\| \geq \|a_{obs}\|)$	$2(1 - P(\|a_{obs}\|))$

$^*P(A_{obs}) \longrightarrow$ Función de distribución acumulativa (cola izquierda)

$$F(A) = P(A \leq a_{obs})$$

Uso de Valores *P* para la Toma de Decisiones en la Prueba de Hipótesis (cont.)

- La prueba de hipótesis con el valor *P* consta de 3 pasos:
  - Entender los valores *P*. El valor *P* es la probabilidad de observar un estadístico de prueba al menos tan extremo como a_{obs}. Ser extremo está determinado por la hipótesis alternativa. Para una alternativa de cola derecha, los números grandes son extremos; para una alternativa de cola izquierda, los números pequeños son extremos; y para la alternativa de dos colas, tanto los números grandes como los pequeños son extremos. En general, cuanto más extremo se observe el estadístico de prueba, más fuerte es el apoyo de la hipótesis alternativa que brinda.

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Conocida

- Es conveniente estandarizar $\overline{X}$ e incluir de manera formal la variables aleatoria **normal estándar *Z***, donde

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

- Se sabe que bajo H_0 (si $\mu = \mu_0$), entonces $\left(\overline{X} - \mu_0\right) / \left(\sigma / \sqrt{n}\right)$ tiene una distribución $n(X;0,1)$ y, por lo tanto, se puede utilizar la expresión

$$P\left(-z_{\alpha/2} < \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} < z_{\alpha/2} \right) = 1 - \alpha$$

para escribir una región de aceptación adecuada.

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Conocida (cont.)

- Prueba de hipótesis bilateral sobre la media.

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

- La región crítica está en

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} > z_{\alpha/2} \;\text{ o }\; z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} < -z_{\alpha/2}$$

- Si $-z_{\alpha/2} < z < z_{\alpha/2}$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu = \mu_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Conocida (cont.)

- La región crítica se puede escribir en términos del promedio calculado $\bar{x}$.
  - Rechazar H_0 si $\bar{x} < a$ o $\bar{x} > b$, donde

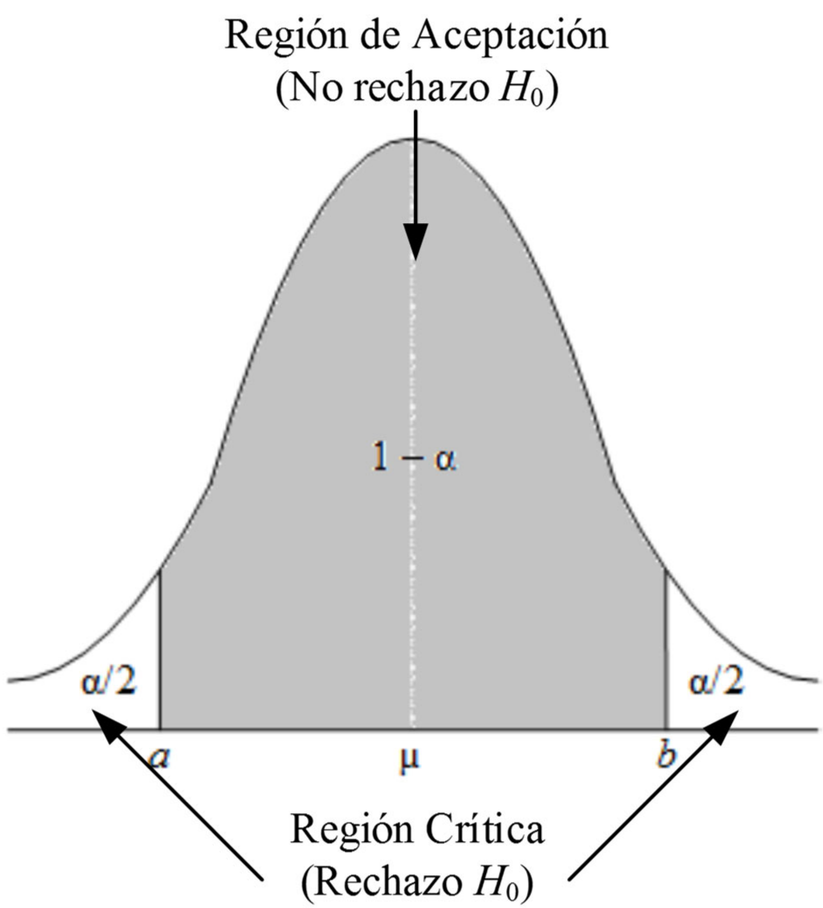
$$a = \mu_0 - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ y } b = \mu_0 + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

  - Ver la figura siguiente.
- Las pruebas de hipótesis unilaterales sobre la media incluyen el mismo estadístico que se describe en el caso bilateral. La diferencia es que la región crítica sólo está en una cola de la distribución normal estándar.

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Conocida (cont.)

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$



Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Conocida (cont.)

- Prueba de hipótesis unilateral (cola izquierda) sobre la media.

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu < \mu_0$$

- La región crítica está en

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} < -z_\alpha$$

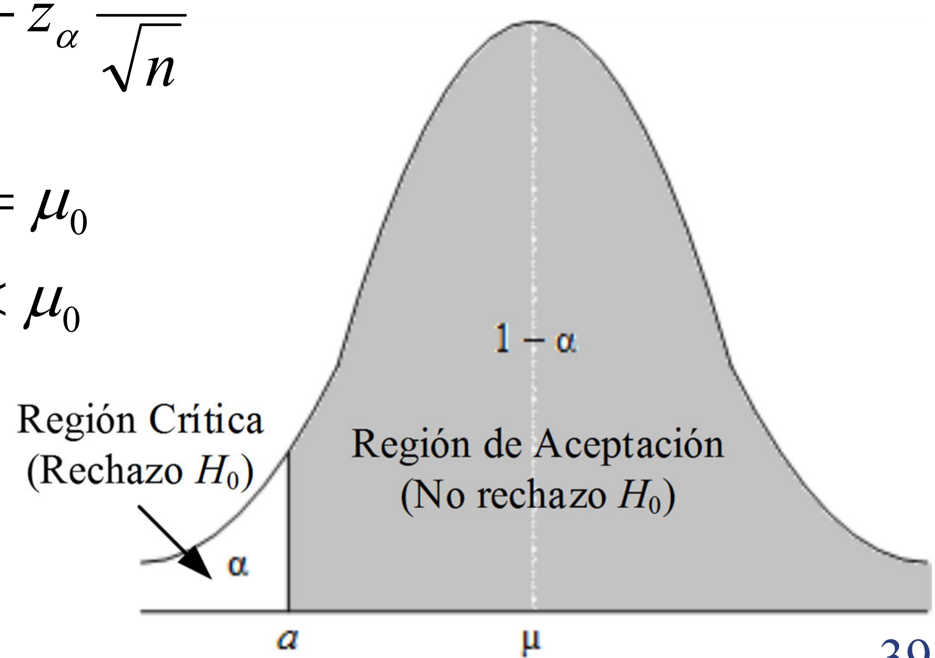
- Si $z > -z_\alpha$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1, la señal que favorece H_1 proviene de valores pequeños de z. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu = \mu_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Conocida (cont.)

- La región crítica se puede escribir en términos del promedio calculado $\bar{x}$.
  - Rechazar H_0 si $\bar{x} < a$, donde

$$a = \mu_0 - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu < \mu_0$$



Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Conocida (cont.)

- Prueba de hipótesis unilateral (cola derecha) sobre la media.

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu > \mu_0$$

- La región crítica está en

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} > z_\alpha$$

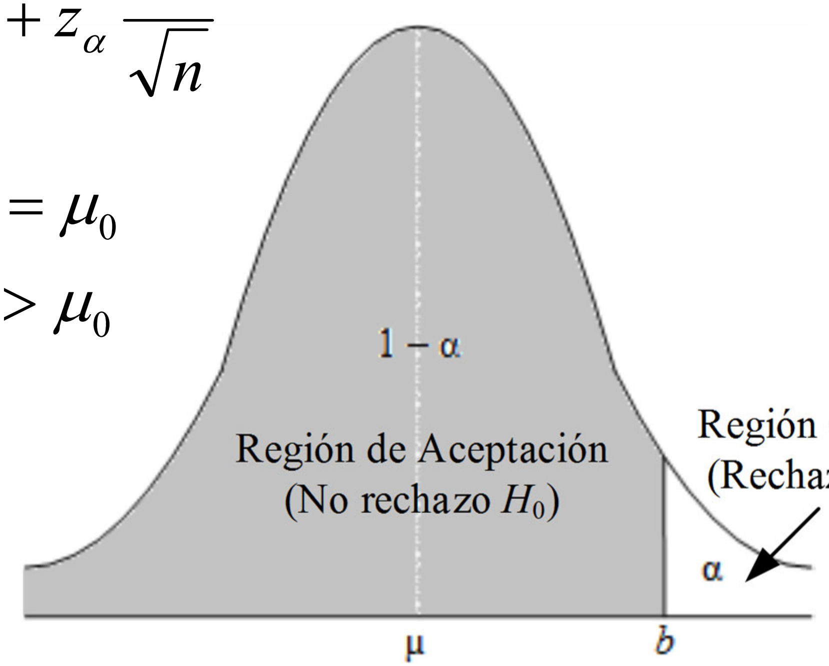
- Si $z < z_\alpha$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1, la señal que favorece H_1 proviene de valores grandes de z. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu = \mu_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Conocida (cont.)

- La región crítica se puede escribir en términos del promedio calculado $\bar{x}$.
  - Rechazar H_0 si $\bar{x} > b$, donde

$$b = \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu > \mu_0$$



Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Desconocida (cont.)

- Es conveniente estandarizar $\overline{X}$ e incluir de manera formal la variables aleatoria ***T***, con $v = n - 1$ grados de libertad, donde

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

- Se sabe que bajo H_0 (si $\mu = \mu_0$), entonces $\left(\overline{X} - \mu_0\right)/\left(s/\sqrt{n}\right)$ tiene una distribución t con $v = n - 1$ grados de libertad y, por lo tanto, se puede utilizar la expresión

$$P\left(-t_{\alpha/2} < \frac{\overline{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} < t_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

para escribir una región de aceptación adecuada.

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Desconocida (cont.)

- Prueba de hipótesis bilateral sobre la media.

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

- La región crítica está en

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} > t_{\alpha/2} \text{ o } t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} < -t_{\alpha/2}$$

- Si $-t_{\alpha/2} < t < t_{\alpha/2}$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu = \mu_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Desconocida (cont.)

- La región crítica se puede escribir en términos del promedio calculado $\bar{x}$.
  - Rechazar H_0 si $\bar{x} < a$ o $\bar{x} > b$, donde

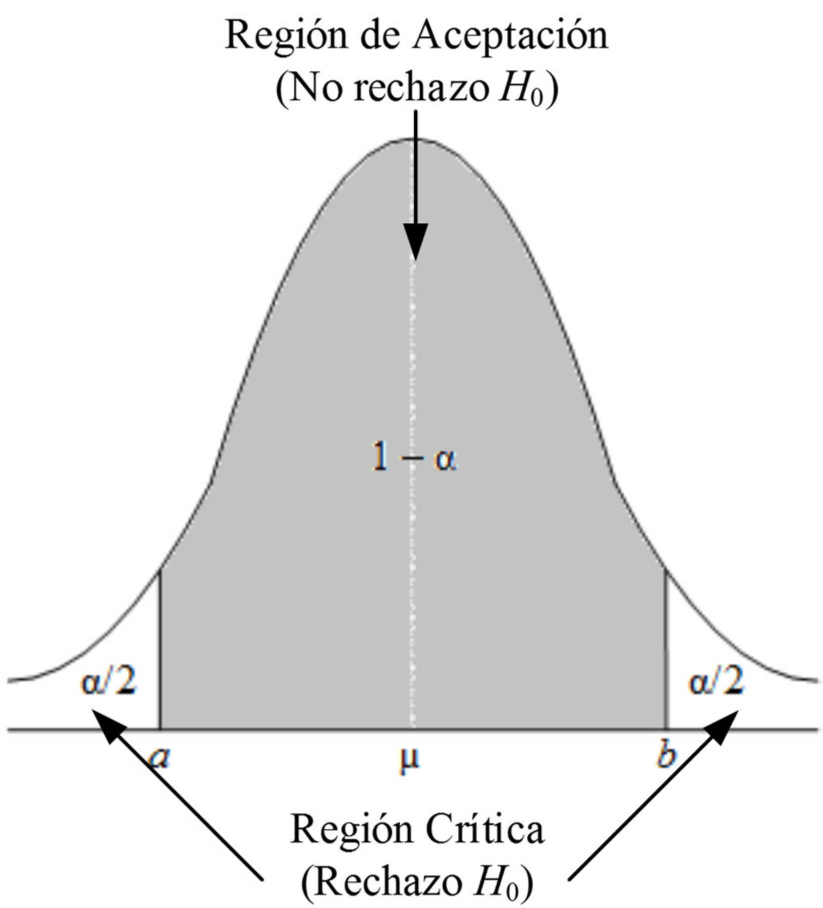
$$a = \mu_0 - t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} \text{ y } b = \mu_0 + t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

  - Ver la figura siguiente.
- Las pruebas de hipótesis unilaterales sobre la media incluyen el mismo estadístico que se describe en el caso bilateral. La diferencia es que la región crítica sólo está en una cola de la distribución normal estándar.

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Desconocida (cont.)

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$



Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Desconocida (cont.)

- Prueba de hipótesis unilateral (cola izquierda) sobre la media.

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu < \mu_0$$

- La región crítica está en

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} < -t_\alpha$$

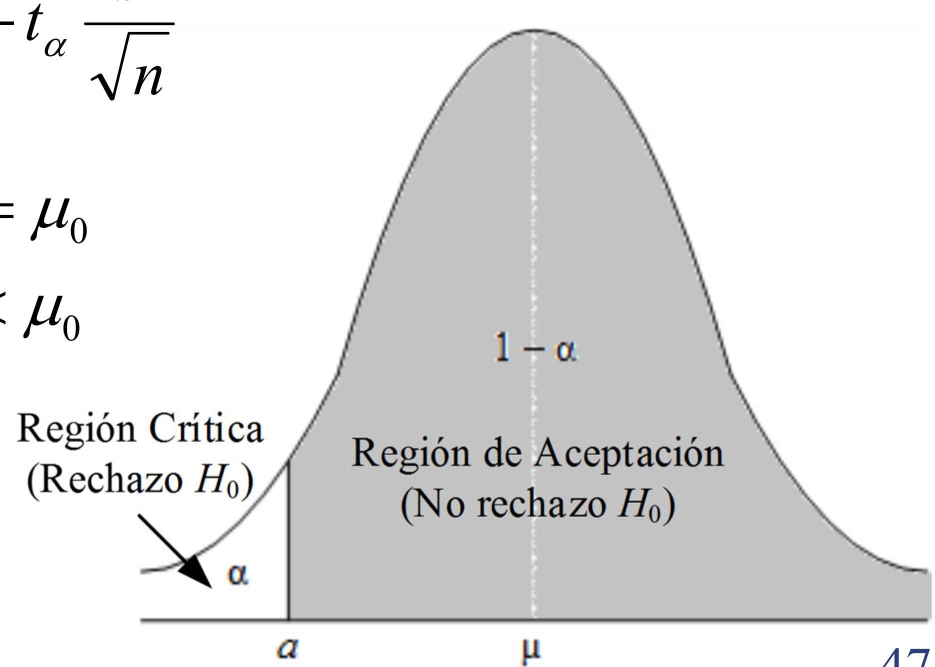
- Si $t > -t_\alpha$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1, la señal que favorece H_1 proviene de valores pequeños de t. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu = \mu_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Desconocida (cont.)

- La región crítica se puede escribir en términos del promedio calculado $\bar{x}$.
  - Rechazar H_0 si $\bar{x} < a$, donde

$$a = \mu_0 - t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu < \mu_0$$



Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Desconocida (cont.)

- Prueba de hipótesis unilateral (cola derecha) sobre la media.

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu > \mu_0$$

- La región crítica está en

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} > t_\alpha$$

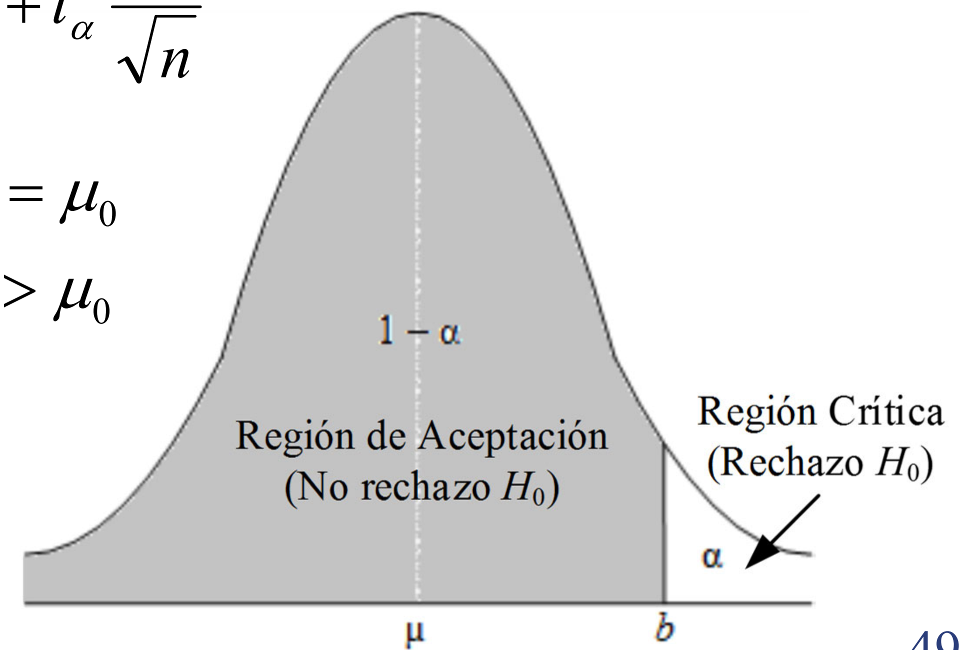
- Si $t < t_\alpha$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1, la señal que favorece H_1 proviene de valores grandes de t. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu = \mu_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Media Varianza Poblacional Desconocida (cont.)

- La región crítica se puede escribir en términos del promedio calculado $\bar{x}$.
  - Rechazar H_0 si $\bar{x} > b$, donde

$$b = \mu_0 + t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu > \mu_0$$



Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Conocidas

- Es conveniente estandarizar $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$ e incluir de manera formal la variables aleatoria **normal estándar *Z***, donde

$$Z = \frac{\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}}$$

- Se sabe que bajo H_0 (si $\mu = \mu_0$), entonces Z tiene una distribución $n(X;0,1)$ y, por lo tanto, se puede utilizar la expresión

$$P\left(-z_{\alpha/2} < \frac{\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}} < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

para escribir una región de aceptación adecuada.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Conocidas (cont.)

- Prueba de hipótesis bilateral sobre la media.

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$$

- La región crítica está en

$$z = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{\sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}} > z_{\alpha/2} \text{ o } z = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{\sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}} < -z_{\alpha/2}$$

- Si $-z_{\alpha/2} < z < z_{\alpha/2}$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu_1 - \mu_2 = d_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Conocidas (cont.)

- La región crítica se puede escribir en términos del promedio calculado $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$.
  - Rechazar H_0 si $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 < a$ o $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 > b$, donde

$$a = d_0 - z_{\alpha/2}\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2} \text{ y } b = d_0 + z_{\alpha/2}\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}$$

- Las pruebas de hipótesis unilaterales sobre la media incluyen el mismo estadístico que se describe en el caso bilateral. La diferencia es que la región crítica sólo está en una cola de la distribución normal estándar.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Conocidas (cont.)

- Prueba de hipótesis unilateral (cola izquierda) sobre la media.

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$$

- La región crítica está en

$$z = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{\sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}} < -z_\alpha$$

- Si $z > -z_\alpha$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu_1 - \mu_2 = d_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Conocidas (cont.)

- Prueba de hipótesis unilateral (cola derecha) sobre la media.

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$$

- La región crítica está en

$$z = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{\sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}} > z_\alpha$$

- Si $z < z_\alpha$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu_1 - \mu_2 = d_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Conocidas (cont.)

- La región crítica se puede escribir en términos del promedio calculado $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$.
  - Rechazar H_0 si $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 < a$, donde

$$a = d_0 - z_\alpha \sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}$$

  - Rechazar H_0 si $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 > b$, donde

$$b = d_0 + z_{\alpha/2} \sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}$$

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Desconocidas Iguales

- Es conveniente estandarizar $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$ e incluir de manera formal la variables aleatoria ***T*** con $v = n_1 + n_2 - 1$ grados de libertad, donde

$$T = \frac{\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{s_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \qquad s_p = \sqrt{\frac{s_1^2\left(n_1 - 1\right) + s_2^2\left(n_2 - 1\right)}{n_1 + n_2 - 2}}$$

- Se sabe que bajo H_0 (si $\mu = \mu_0$), entonces T tiene una distribución t con $v = n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad y, por lo tanto, se puede utilizar la expresión

$$P\left(-t_{\alpha/2} < \frac{\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{s_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} < t_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

para escribir una región de aceptación adecuada.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Desconocidas Iguales

- Prueba de hipótesis bilateral sobre la media.

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$$

- La región crítica está en

$$t = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{s_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} > t_{\alpha/2} \text{ o } t = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{s_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} < -t_{\alpha/2}$$

- Si $-t_{\alpha/2} < t < t_{\alpha/2}$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu_1 - \mu_2 = d_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Desconocidas Iguales

- La región crítica se puede escribir en términos del promedio calculado $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$.
  - Rechazar H_0 si $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 < a$ o $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 > b$, donde

$$a = d_0 - t_{\alpha/2} s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2} \text{ y } b = d_0 + t_{\alpha/2} s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}$$

- Las pruebas de hipótesis unilaterales sobre la media incluyen el mismo estadístico que se describe en el caso bilateral. La diferencia es que la región crítica sólo está en una cola de la distribución normal estándar.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Desconocidas Iguales

- Prueba de hipótesis unilateral (cola izquierda) sobre la media.

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$$

- La región crítica está en

$$t = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} < -t_\alpha$$

- Si $t > -t_\alpha$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu_1 - \mu_2 = d_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Desconocidas Iguales

- Prueba de hipótesis unilateral (cola derecha) sobre la media.

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$$

- La región crítica está en

$$t = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} > t_\alpha$$

- Si $t < t_\alpha$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu_1 - \mu_2 = d_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Desconocidas Iguales

- La región crítica se puede escribir en términos del promedio calculado $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$.
  - Rechazar H_0 si $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 < a$, donde

$$a = d_0 - t_\alpha s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}$$

  - Rechazar H_0 si $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 > b$, donde

$$b = d_0 + t_\alpha s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}$$

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Desconocidas Diferentes

- Es conveniente estandarizar $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$ e incluir de manera formal la variables aleatoria ***T'*** con *v* grados de libertad, donde

$$T' = \frac{\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}} \qquad v = \frac{\left(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2\right)^2}{\left(s_1^2/n_1\right)^2/(n_1 - 1) + \left(s_2^2/n_2\right)^2/(n_2 - 1)}$$

- Se sabe que bajo H_0 (si $\mu = \mu_0$), entonces *T'* tiene una distribución *t* aproximada con *v* grados de libertad aproximados y, por lo tanto, se puede utilizar la expresión

$$P\left(-t_{\alpha/2} < \frac{\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}} < t_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

para escribir una región de aceptación adecuada.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Desconocidas Diferentes (cont.)

- Prueba de hipótesis bilateral sobre la media.

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$$

- La región crítica está en

$$t' = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2}} > t_{\alpha/2} \text{ o } t' = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2}} < -t_{\alpha/2}$$

- Si $-t_{\alpha/2} < t' < t_{\alpha/2}$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu_1 - \mu_2 = d_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Desconocidas Diferentes (cont.)

- La región crítica se puede escribir en términos del promedio calculado $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$.
  - Rechazar H_0 si $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 < a$ o $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 > b$, donde

$$a = d_0 - t_{\alpha/2}\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2} \text{ y } b = d_0 + t_{\alpha/2}\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}$$

- Las pruebas de hipótesis unilaterales sobre la media incluyen el mismo estadístico que se describe en el caso bilateral. La diferencia es que la región crítica sólo está en una cola de la distribución normal estándar.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Desconocidas Diferentes (cont.)

- Prueba de hipótesis unilateral (cola izquierda) sobre la media.

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$$

- La región crítica está en

$$t' = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}} < -t_\alpha$$

- Si $t' > -t_\alpha$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu_1 - \mu_2 = d_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Desconocidas Diferentes (cont.)

- Prueba de hipótesis unilateral (cola derecha) sobre la media.

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$$

- La región crítica está en

$$t' = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{\sqrt{s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2}} > t_\alpha$$

- Si $t' < t_\alpha$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica la aceptación de H_1. Con la definición de la región crítica habrá la probabilidad α de rechazar cuando, en realidad, $\mu_1 - \mu_2 = d_0$.

Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Diferencia de Medias Varianzas Poblacionales Desconocidas Diferentes (cont.)

- La región crítica se puede escribir en términos del promedio calculado $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$.
  - Rechazar H_0 si $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 < a$, donde

$$a = d_0 - t_\alpha \sqrt{s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2}$$

  - Rechazar H_0 si $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 > b$, donde

$$b = d_0 + t_\alpha \sqrt{s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2}$$

Elección del Tamaño de la Muestra para Probar Medias

- Prueba de hipótesis sobre una media, varianza poblacional conocida
  - Caso de un sola cola (región crítica):

$$n = \frac{\left(z_{\alpha} + z_{\beta}\right)^2 \sigma^2}{\delta^2} \qquad \delta = \mu - \mu_0$$

$$\text{Nivel de significancia } \alpha \qquad Potencia = 1 - \beta$$

  - Caso de dos colas (región crítica):

$$n \approx \frac{\left(z_{\alpha/2} + z_{\beta}\right)^2 \sigma^2}{\delta^2} \qquad \delta = \mu - \mu_0$$

$$\text{Nivel de significancia } \alpha \qquad Potencia = 1 - \beta$$

Elección del Tamaño de la Muestra para Probar Medias (cont.)

- Prueba de hipótesis sobre dos medias, varianzas poblacionales conocidas ($n = n_1 = n_2$)
  - Caso de un sola cola (región crítica):

$$n = \frac{\left(z_\alpha + z_\beta\right)^2\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right)}{\delta^2} \qquad \delta = \mu - \mu_0$$

$$\text{Nivel de significancia } \alpha \qquad Potencia = 1 - \beta$$

  - Caso de dos colas (región crítica):

$$n \approx \frac{\left(z_{\alpha/2} + z_\beta\right)^2\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right)}{\delta^2} \qquad \delta = \mu - \mu_0$$

$$\text{Nivel de significancia } \alpha \qquad Potencia = 1 - \beta$$

Elección del Tamaño de la Muestra para Probar Medias (cont.)

- Prueba de hipótesis sobre una media, varianza poblacional desconocida
  - La distribución utilizada para estos cálculos se llama **distribución *t* no central**.
  - La tabla A.8 da los tamaños muestrales necesarios para controlar los valores α y β para diversos valores de

$$\Delta = \frac{|\delta|}{\sigma} = \frac{|\mu - \mu_0|}{\sigma}$$

$$\text{Nivel de significancia } \alpha$$

$$Potencia = 1 - \beta$$

para los casos de una y de dos colas (región crítica).

Elección del Tamaño de la Muestra para Probar Medias (cont.)

- Prueba de hipótesis sobre dos medias, varianzas poblacionales desconocidas iguales ($n = n_1 = n_2$)
  - La distribución utilizada para estos cálculos se llama **distribución *t* no central**.
  - La tabla A.9 da los tamaños muestrales necesarios para controlar los valores α y β para diversos valores de

$$\Delta = \frac{|\delta|}{\sigma} = \frac{|\mu_1 - \mu_2 - \mu_0|}{\sigma}$$

$$\text{Nivel de significancia } \alpha$$

$$Potencia = 1 - \beta$$

para los casos de una y de dos colas (región crítica).

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Varianza

- En este tipo de pruebas se trata con alguna de las siguientes hipótesis:

$$\begin{matrix} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{matrix}, \quad \begin{matrix} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2 \end{matrix} \quad \text{o} \quad \begin{matrix} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{matrix}$$

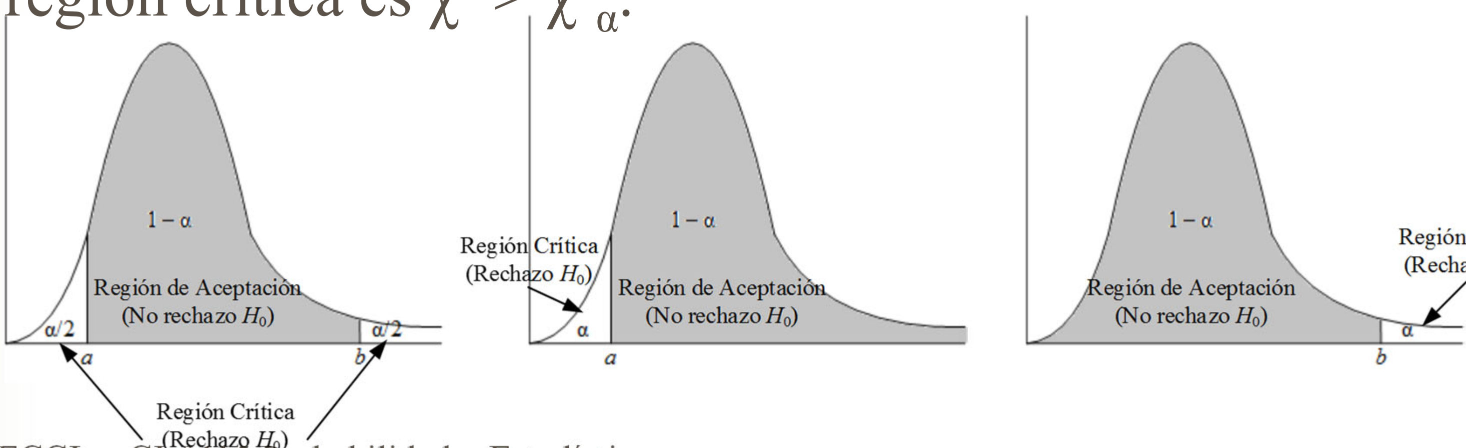
- Es estadístico apropiado sobre el que se basan las conclusiones es el chi-cuadrado χ^2.

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

- Si H_0 es verdadera, χ^2 es un valor de la distribución chi-cuadrada con $v = n - 1$ grados de libertad.

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Varianza (cont.)

- Prueba de dos colas en el nivel de significancia α la región crítica es $\chi^2 < \chi^2_{1-\alpha/2}$ o $\chi^2 > \chi^2_{\alpha/2}$.
- Prueba de una cola (izquierda) en el nivel de significancia α la región crítica es $\chi^2 < \chi^2_{1-\alpha}$.
- Prueba de una cola (derecha) en el nivel de significancia α la región crítica es $\chi^2 > \chi^2_{\alpha}$.



Prueba de Hipótesis sobre Dos Muestras Referente a la Razón entre Varianzas

- En este tipo de pruebas se trata con alguna de las siguientes hipótesis:

$$\begin{matrix} H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{matrix}, \quad \begin{matrix} H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \end{matrix} \text{ o } \begin{matrix} H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \end{matrix}$$

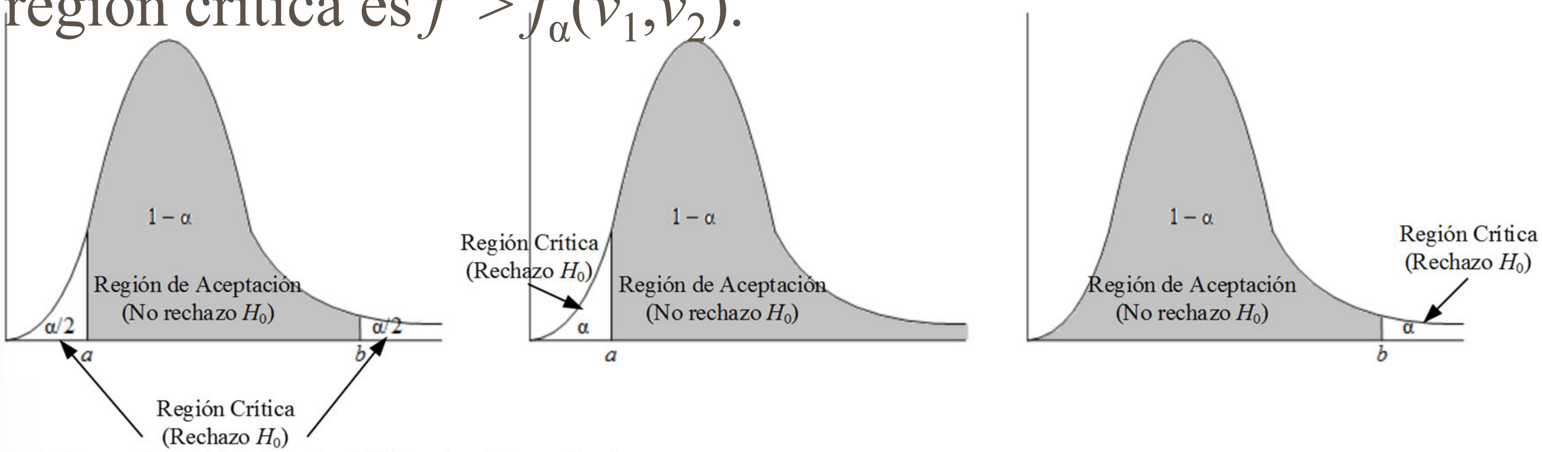
- Es estadístico apropiado sobre el que se basan las conclusiones es el valor *f*.

$$f = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

- Si H_0 es verdadera, *f* es un valor de la distribución *F* con $v_1 = n_1 - 1$ y $v_2 = n_2 - 1$ grados de libertad.

Prueba de Hipótesis sobre Una Muestra Referente a la Varianza (cont.)

- Prueba de dos colas en el nivel de significancia α la región crítica es $f < f_{1-\alpha/2}(v_1,v_2)$ o $f > f_{\alpha/2}(v_1,v_2)$.
- Prueba de una cola (izquierda) en el nivel de significancia α la región crítica es $f < f_{1-\alpha}(v_1,v_2)$.
- Prueba de una cola (derecha) en el nivel de significancia α la región crítica es $f > f_{\alpha}(v_1,v_2)$.



Referencias Bibliográficas

- Walpole, R.E.; Myers, R.H.; Myers, S.L. & Ye, K. "Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias". Octava Edición. Pearson Prentice-Hall. México, 2007.