

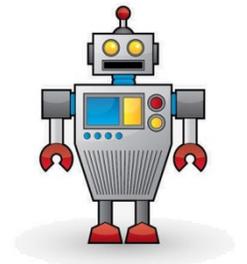


ECCI
Escuela de Ciencias de la
Computación e Informática

Cinemática del Robot Ejemplo

CI-2657 Robótica

Prof. Kryscia Ramírez Benavides



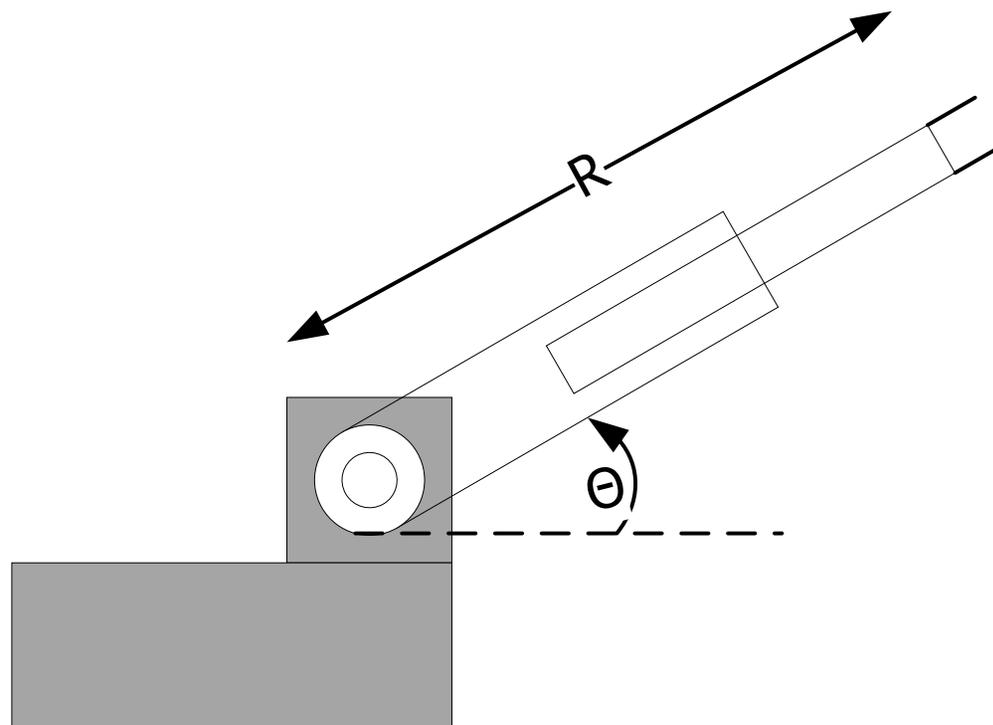


Introducción

Cinemática

	Cinemática directa →→	
Valor de las coordenadas articulares (q_0, q_1, \dots, q_n)		Posición y orientación del extremo del robot ($x, y, z, \alpha, \beta, \gamma$)
	←← Cinemática inversa	

Brazo Robótico

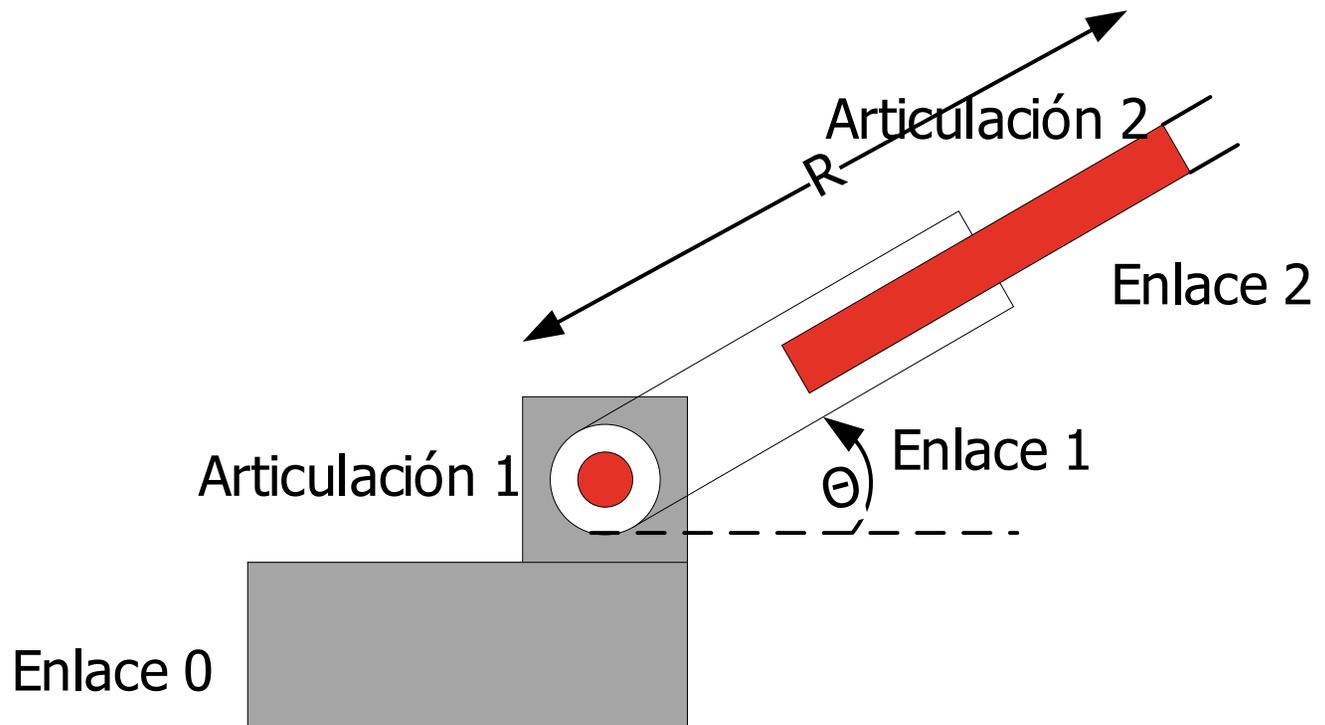




Cinemática Directa Ejemplo

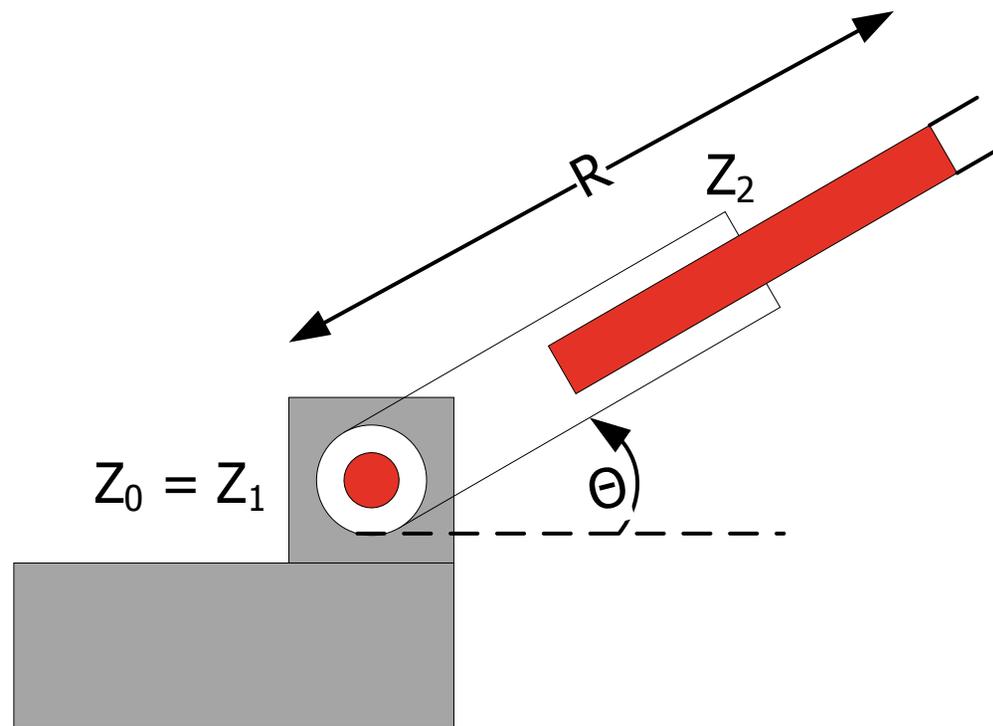
Brazo Robótico

Identificar Enlaces y Articulaciones



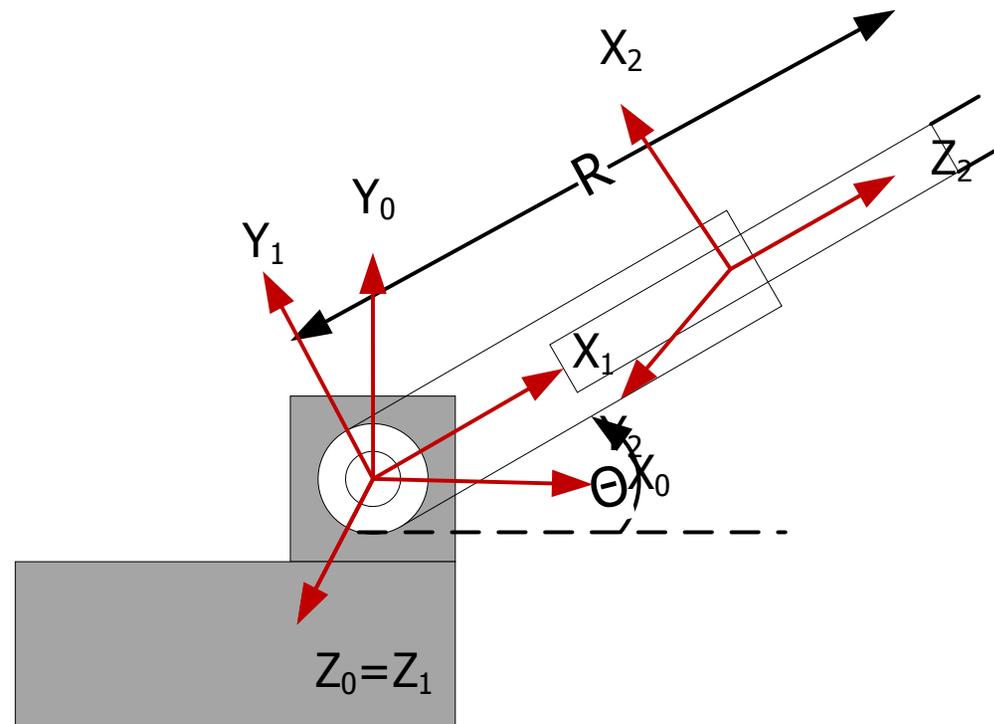
Brazo Robótico

Identificar Ejes Z_i – Ejes Articulares



Brazo Robótico

Identificar Ejes X_i y Y_i

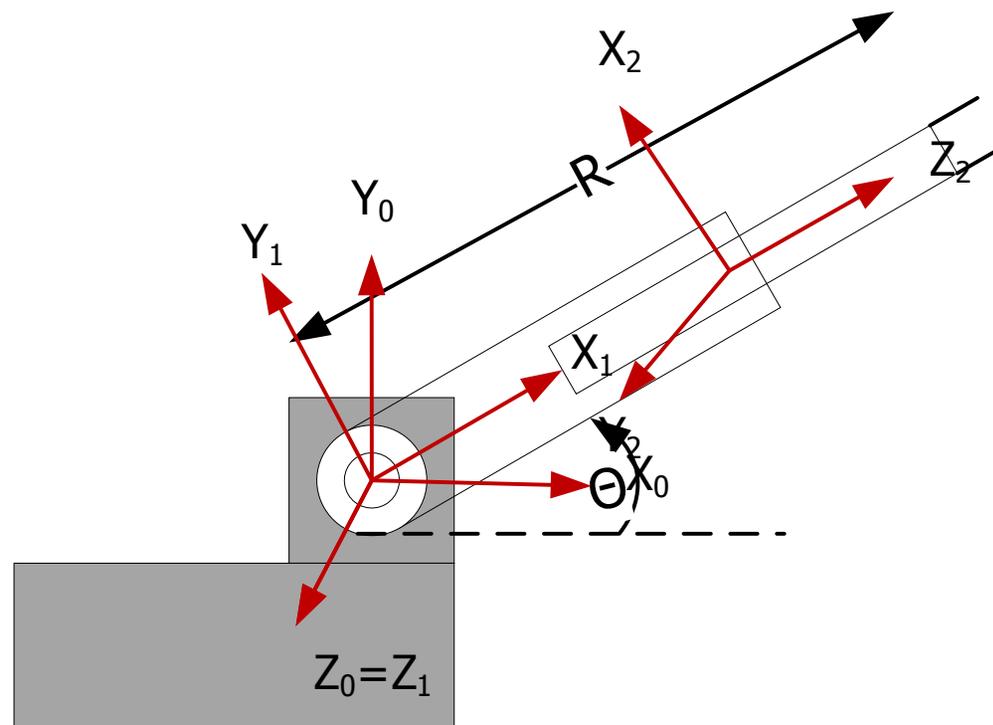


Brazo Robótico

Parámetros D-H

Parámetros DH para el Robot

Articulación	θ	d	a	α
1	θ	0	0	0
2	90°	R	0	90°



Brazo Robótico

Cálculo de Cada Enlace y Matriz T

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i * \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & a_i * \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \cos 0 & \sin \theta \sin 0 & 0 * \cos \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \cos 0 & -\cos \theta \sin 0 & 0 * \sin \theta \\ 0 & \sin 0 & \cos 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

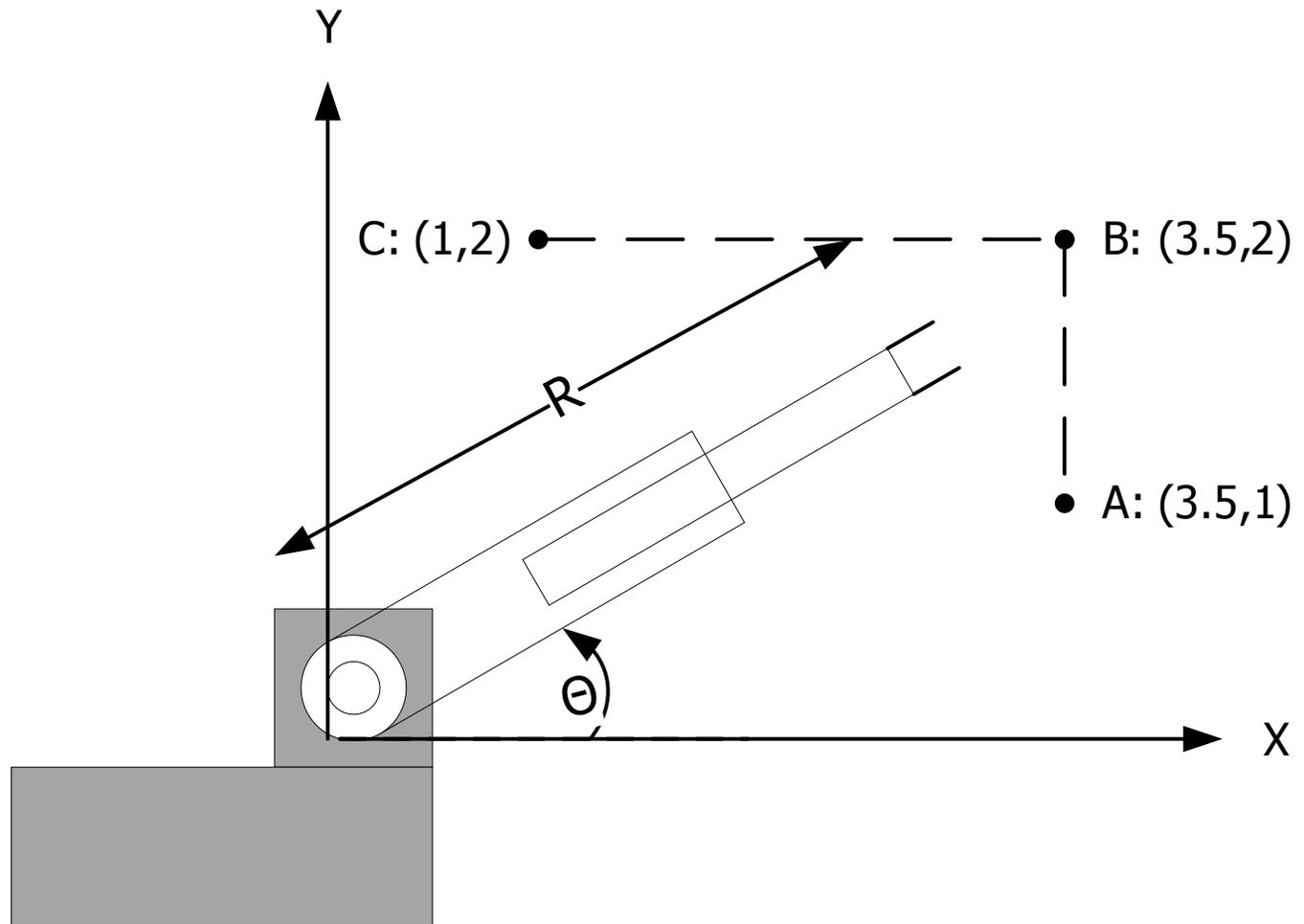
$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos 90 & -\sin 90 \cos 90 & \sin 90 \sin 90 & 0 * \cos 90 \\ \sin 90 & \cos 90 \cos 90 & -\cos 90 \sin 90 & 0 * \sin 90 \\ 0 & \sin 90 & \cos 90 & R \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & R \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = {}^0A_1({}^1A_2) = \begin{bmatrix} -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & R \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Cinemática Inversa Ejemplo

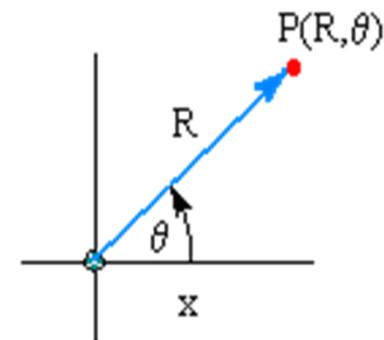
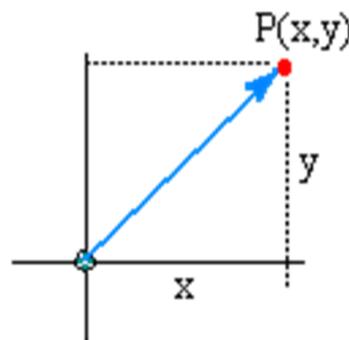
Brazo Robótico Problema



Brazo Robótico

Problema

- 🤖 El sistema de coordenadas cartesianas ($x-y$) no es la única forma de describir la ubicación de los puntos en el espacio
 - 🤖 Algunos problemas físicos se vuelven más fáciles cuando se formulan en términos de un sistema de coordenadas que coincide con la geometría inherente del problema
- 🤖 Este problema es esencialmente rotacional, y el sistema de coordenadas polares (R, θ) es particularmente adecuado para dicha configuración





Brazo Robótico

Problema

🤖 Suponga que $x = y = 1$

🤖 Entonces el punto se puede dar en forma cartesiana (gráfico lineal):

🤖 $(x, y) = (1, 1)$

🤖 O puede darse en forma polar (gráfico espiral):

🤖 $(R, \theta) = \left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right)$

🤖 Aplicando trigonometría se puede obtener estas fórmulas de conversión:

🤖 $x = R \cos \theta$

🤖 $y = R \sin \theta$

Brazo Robótico

Problema

🤖 El manipulador del robot debe trazar tres segmentos de línea conectados: AB, BC, CA en sucesión

- 🤖 El primero es una línea vertical
- 🤖 El segundo una línea horizontal
- 🤖 El tercero una línea general con alguna pendiente e intersección

🤖 Se escribe cada línea en forma cartesiana y se convierte a forma polar.

$$\text{🤖 } AB \rightarrow x = 3.5 = R \cos \theta \rightarrow R(\theta) = \frac{3.5}{\cos \theta}$$

$$\text{🤖 } BC \rightarrow y = 2 = R \sin \theta \rightarrow R(\theta) = \frac{2}{\sin \theta}$$

$$\text{🤖 } CA \rightarrow y = mx + b \rightarrow R \sin \theta = mR \cos \theta + b \rightarrow R(\theta) = \frac{b}{\sin \theta - m \cos \theta}$$



Brazo Robótico

Problema

- 🤖 El segmento CA pasa por los puntos (1,2) y (3.5,1), por lo que la pendiente $m = -0.4$ y la intersección $b = 2.4$
- 🤖 Sustituyendo estos valores, se obtiene la ecuación polar para el segmento CA:

$$\text{🤖 } CA \rightarrow R(\theta) = \frac{2.4}{\sin \theta + 0.4 \cos \theta}$$



Brazo Robótico

Problema

- 🤖 Las fórmulas anteriores permiten que el ángulo θ aumente en pasos pequeños, y para cada θ se calcula el valor apropiado de R
- 🤖 Estos valores de θ y R se transmiten a dos motores, que ajustarán continuamente el brazo del robot a la inclinación y longitud apropiadas, trazando así el movimiento deseado
- 🤖 Cada una de las fórmulas es válida solo para un cierto rango del ángulo θ , se necesita especificar el valor de θ al inicio y al final de cada segmento, donde se cambia de una fórmula a la siguiente



Brazo Robótico

Problema

🤖 Sean θ_1 , θ_2 , θ_3 los valores de θ que corresponden a los puntos A , B y C

🤖 Por medio de trigonometría, se encuentra:

🤖 $\theta_1 = \tan^{-1} \frac{1}{3.5} = 15.95^\circ = 0.278$ radianes

🤖 $\theta_2 = \tan^{-1} \frac{2}{3.5} = 29.75^\circ = 0.519$ radianes

🤖 $\theta_3 = \tan^{-1} \frac{2}{1} = 63.44^\circ = 1.107$ radianes

🤖 Ya se tiene la información que necesita el programa de control:

🤖 Para θ aumentar de 0.278 a 0.519, $R = 3.5/\cos \theta$

🤖 Para θ aumentar de 0.519 a 1.107, $R = 2/\sin \theta$

🤖 Para θ disminuyendo de 1.107 a 0.278, $R = 2.4/(\sin \theta + 0.4 \cos \theta)$





¡Gracias!



Dra. Kryscia Daviana Ramírez Benavides
Profesora e Investigadora
Universidad de Costa Rica
Escuela de Ciencias de la Computación e Informática

Sitio Web: <http://www.kramirez.net/>
E-Mail: kryscia.ramirez@ucr.ac.cr
kryscia.ramirez@eccu.ucr.ac.cr

Redes Sociales:

