



ECCI

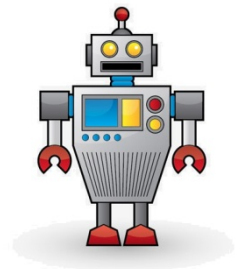
Escuela de  
Ciencias de la  
Computación e  
Informática

UCR

# Locomoción de Robot Móvil

**CI-0160 Robótica**

**Prof. Kryscia Ramírez Benavides**



# Efector

- 🤖 Cualquier dispositivo que afecta al medio ambiente.
- 🤖 Está bajo el control del robot.
- 🤖 Los efectores pueden ir desde las piernas y las ruedas a los brazos y los dedos.
- 🤖 La función del controlador es conseguir que los efectores realicen el efecto deseado sobre el medio ambiente, sobre la base de la tarea del robot.

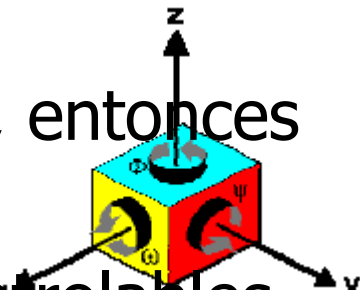
# Grado de Libertad

- 🤖 Los actuadores más simples controlan un solo grado de libertad, es decir, con un solo movimiento (por ejemplo, arriba-abajo, izquierda-derecha, dentro-fuera, etc.)
  - 🤖 Un eje del motor controla un grado de libertad de rotación.
- 🤖 Es muy importante determinar cuántos grados de libertad (DOF) va a tener un robot, ya que define cómo puede afectar su mundo, y por lo tanto lo bien que pueda llevar a cabo su tarea.












# Grado de Libertad (cont.)

- En general, un cuerpo libre en el espacio tiene 6DOF: tres para la traslación ( $x, y, z$ ), y tres para la orientación / rotación (giro, inclinación y guiñada).
- Dado un efector (y el actuador (s)), cuántos DOF están disponibles para el robot, así como la cantidad de total de cualquier DOF del robot dado debe ser conocido.
- Si hay un controlador para cada DOF, entonces todo DOF es controlable.
- Por lo general, no todos DOF son controlables, lo que hace más difícil el control de robots.



# Grado de Libertad (cont.)

## Ejemplo:

-  Un coche tiene 3 DOF:
  -  posición ( $x$ ,  $y$ ) y orientación ( $\theta$ ).
-  Sin embargo, sólo 2 DOF son controlables:
  -  conducción: a través del pedal del acelerador y la marcha adelante-atrás;
  -  dirección: a través del volante.
-  Dado que hay DOF que no son controlables, hay movimientos que no se pueden hacer, como moverse hacia los lados (por eso es difícil estacionar en paralelo).
-  Tenemos que hacer una distinción entre lo que un actuador hace (por ejemplo, empujar el pedal del acelerador) y el resultado del robot (avanzar).
-  Un coche puede llegar a cualquier posición 2D, pero puede que tenga que seguir una trayectoria muy complicada.
-  El estacionamiento paralelo requiere una trayectoria discontinua con respecto a la velocidad, es decir, el coche tiene que parar e ir.

# Holonómica vs. No-holonómica

- 🤖 Cuando el número de DOF controlables es igual al número total de DOF en un robot, es holonómica.
- 🤖 Si el número de DOF controlables es menor que el número total de DOF en un robot, es no holonómica.
- 🤖 Si el número de DOF controlables es mayor que el número total de DOF en un robot, es redundante.



# Dos Formas Básicas de Utilizar los Efectores

 **Locomoción:** Mover el robot en el entorno.

 **Manipulación:** Mover otros objetos del alrededor.

 Estos robots se dividen en dos categorías básicamente individualistas:

 Robótica móvil.

 Robótica del manipulador.




# Locomoción

- 🤖 Muchos tipos de efectores y actuadores se puede utilizar para mover un robot en su entorno.
- 🤖 Las categorías son las siguientes:
  - 🦶 Piernas para caminar, gatear, trepar, saltar, brincar.
  - 🛞 Ruedas para moverse.
  - 🦾 Brazos para balancearse, gatear, trepar.
  - 🐟 Aletas para nadar.





# Ruedas

## Ventajas:



-  Mecánicamente simple y fácil de construir
-  Capacidad de cargar peso
-  Los juguetes pueden ser modificados para uso robot

## Desventajas





-  En un terreno desigual funcionan mal, si la altura del objeto que debe superar el radio de las ruedas
-  Solución: Rueda grande (no siempre).

# Sistemas de Banda

## Ventajas:

-  Las bandas permiten al robot enfrentar mayores obstáculos.
-  Menos susceptible a los peligros ambientales.

## Desventajas:




-  Ineficacia
  -  La fricción disipa energía.
  -  Capacidad de cálculo muerto.
-  Hardware más complejo y pesado

# Sistema de Piernas

## Ventaja:




-  Potencialmente supera los problemas de terreno accidentado.

## Desventajas:

-  Hardware más complejo y pesado.
  -  Cada pierna tiene al menos dos motores.
  -  El mecanismo de caminado es más complejo.



# Elección de Locomoción

-  Aunque la mayoría de los animales utilizan patas para moverse, la locomoción con patas es un problema robótico muy difícil, especialmente cuando se compara con la locomoción con ruedas.
-  En primer lugar, cualquier robot tiene que ser estable (es decir, no se tambalee y no se caiga fácilmente).
-  Hay dos tipos de estabilidad: estática y dinámica.

# Estabilidad Estática

- 🤖 Un robot estáticamente estable puede estar de pie (quieto) sin caerse.
- 🤖 Esta es una característica útil, pero difícil de lograr:
  - 🤖 Debe de haber suficientes patas / ruedas en el robot para proporcionar suficientes puntos estáticos de apoyo.
- 🤖 Por ejemplo, los seres humanos no son estáticamente estables.
- 🤖 Con más piernas, la estabilidad estática se hace más sencilla.

# Centro de Gravedad y Polígono de Soporte

- 🤖 Con el fin de permanecer estable, el centro de gravedad del robot (COG) debe caer bajo su polígono de apoyo.
- 🤖 Este polígono es básicamente la proyección entre todos sus puntos de apoyo sobre la superficie.
  - 🤖 En un robot de dos piernas, el polígono es una línea, y el COG no puede ser establemente alineado con un punto de dicha línea para mantener el robot en posición vertical.
  - 🤖 Sin embargo, un robot de tres patas, con sus piernas en una organización trípode, y su cuerpo arriba, produce un polígono de apoyo estable, y es por lo tanto estáticamente estable.



# Movimiento y COG

- 🤖 Pero, ¿qué sucede cuando un robot estáticamente estable levanta una pierna y trata de moverse?
- 🤖 ¿Su COG permanecer dentro del polígono de apoyo?
- 🤖 Puede o no puede, dependiendo de la geometría.
- 🤖 Para ciertas condiciones de geometrías del robot, es posible (con varios números de patas) para estar siempre estáticamente estable mientras se camina.
- 🤖 Esto es muy seguro, pero también es muy lento y energéticamente ineficiente.

# Marcha Estática






- 🤖 Marcha: Patrón de caminar.
- 🤖 Una asunción básica de la marcha estática (estáticamente estable de andar) es que el peso de una pierna es insignificante en comparación con la del cuerpo, de modo que el centro de gravedad (COG) del robot no se ve afectado por el balanceo de la pierna.
- 🤖 La manera convencional de andar de forma estática está diseñada para mantener el COG del robot dentro del polígono de apoyo, que se describe por posición de la punta de cada pata de apoyo.

# Estabilidad Dinámica

- 🤖 La estabilidad dinámica permite a un robot (o animal) ser estable mientras se mueve.
- 🤖 Por ejemplo, con una sola pierna saltando los robots son dinámicamente estables: se puede saltar en su lugar o para diversos destinos, y no caerse. Pero no se puede parar y permanecer de pie (este es un problema de equilibrio del péndulo inverso).

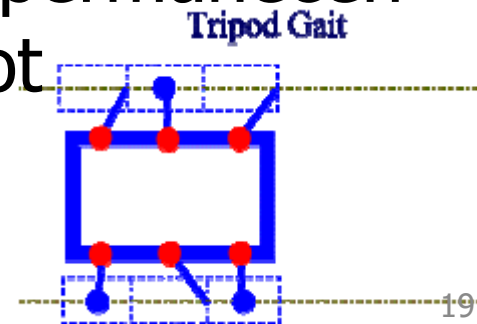


# Tipos de Marchas



-  Un robot estáticamente estable puede utilizar patrones dinámicamente estables para caminar, para ser rápido, o puede caminar estáticamente estable.
-  ¿Cuántas patas hay en el aire durante el movimiento del robot? (es decir, la marcha)
  -  6 patas es el número más popular, ya que permiten un andar muy estable, la marcha trípode.
-  Si las mismas tres patas se mueven a la vez, esto se denomina la forma trípode alterna.
-  Si las patas varían, se llama la marcha ondulación.

# Marcha Forma Trípode Alterna

- Un robot rectangular de 6 patas puede levantar tres patas a la vez para seguir adelante, y sigue manteniendo la estabilidad estática utilizando la marcha alterna trípode.
- En este modo de andar, una pata central en un lado y dos piernas no adyacentes en el otro lado del cuerpo se levantan y se mueven hacia adelante al mismo tiempo, mientras que las otras 3 patas permanecen en el suelo y mantienen el robot estáticamente estable.







# Marcha Ondulación (*Ripple*)

-  Insectos con más de 6 patas (por ejemplo, los ciempiés y milpiés), utilice la ondulación como modo de andar.
-  Sin embargo, cuando andan muy rápido, la marcha varía mucho (y por lo tanto no estáticamente estable) por breves períodos de tiempo.



# Comparación entre Estabilidad Estática y Dinámica

-  Caminar estáticamente estable es muy ineficiente en energía.
-  Como alternativa, la estabilidad dinámica permite a un robot mantenerse mientras se mueve. Esto requiere un control activo (es decir, el problema del péndulo inverso).
-  La estabilidad dinámica puede permitir una mayor velocidad, pero requiere un control más difícil.
-  El equilibrio y la estabilidad son problemas muy difíciles en el control y la robótica, así que en la mayoría de los robots actuales tienen muchas ruedas o piernas (al menos 6).

# Ruedas vs. Piernas

- 🤖 Las ruedas son más eficientes que las piernas.
- 🤖 También aparecen en la naturaleza, en ciertas bacterias, por lo que el mito común de que la biología no pueden haber ruedas no está bien fundado.
- 🤖 Sin embargo, la evolución favorece a las piernas ya que son mucho más fáciles de evolucionar, como es muy evidente.
- 🤖 Sin embargo, si nos fijamos en los tamaños de población, los insectos son los animales más poblados, y todos ellos tienen muchos más que dos piernas.

# Problemas en Locomoción

- 🤖 La locomoción tiene que ver con:
  - 🤖 Llegar a un lugar determinado.
  - 🤖 Seguir una trayectoria determinada (*path*).



# Siguiendo una Trayectoria

- 🤖 Después de una trayectoria arbitraria dada es más difícil, y es imposible para algunos robots (dependiendo de su DOF).
- 🤖 Para otros, es posible, pero con una velocidad discontinua (detenerse, girar, y luego ir de nuevo).
- 🤖 Una gran área de la robótica tradicional se ocupa de seguir trayectorias arbitrarias.

# Cálculo de Trayectoria

- 🤖 La planificación puede ser usada para calcular óptimas (y por lo tanto arbitrarias) trayectorias de un robot, para llegar a un lugar objetivo en particular.
- 🤖 Los robots prácticos no están tan preocupados con trayectorias específicas, como con llegar a la ubicación objetivo.
- 🤖 Planificación de trayectorias es un proceso computacionalmente complejo.
  - 🤖 Todas las posibles trayectorias que se deben encontrar (usando búsqueda) y evaluarlas.



# Planeamiento de Movimiento


- 🤖 Dado que los robots no son puntos se debe considerar: la geometría (es decir, el radio de giro) y el mecanismo de dirección (propiedades de holonómica).
- 🤖 Esto se llama planificación de movimientos.




# Locomoción de un Robot Móvil

 **Locomoción.** El proceso de causar que un robot se mueva.




-  Con el fin de producir el movimiento, las fuerzas deben ser aplicadas al robot.
-  Salida del motor, la carga útil.

 **Dinámica.** El estudio del movimiento en que las fuerzas están modelando. Se ocupa de la relación entre la fuerza y los movimientos.





 **Cinemática.** El estudio de las matemáticas del movimiento sin tener en cuenta las fuerzas que afectan el movimiento. Se tratan las relaciones geométricas que rigen el sistema, la relación entre los parámetros de control y el comportamiento de un sistema.

# Rueda del Balanceo Idealizada

## Suposiciones:

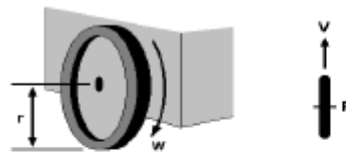
-  No se produce deslizamiento en la dirección ortogonal de rodadura (no deslizante).
-  No hay deslizamiento entre la rueda y el suelo (rodadura pura).
-  Como máximo una articulación de la dirección por rueda con el eje de la dirección perpendicular al suelo.

## Parámetros de la rueda:

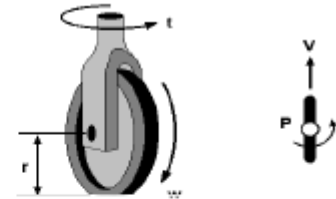
-   $r$  = radio de la rueda.
-   $v$  = velocidad lineal de la rueda.
-   $\omega$  = velocidad angular de la rueda.
-   $\theta$  = velocidad de dirección.

# Tipos de Ruedas

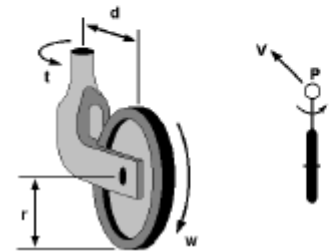
Fixed wheel



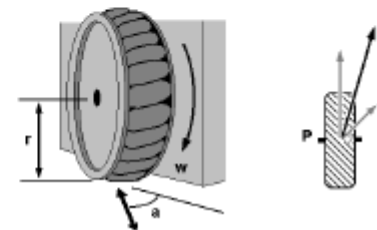
Centered orientable wheel



Off-centered orientable wheel  
(Caster wheel)



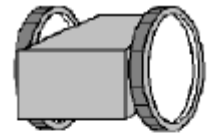
Swedish wheel: omnidirectional  
property



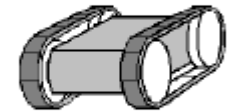


# Ejemplos de Ruedas de Robots Móviles

- 🤖 Movimiento suave
- 🤖 Riesgo de deslizamiento
- 🤖 Algunas veces usan rodillo-bola para hacer el balance
- 🤖 Movimiento en línea recta exacto
- 🤖 Robusto al deslizamiento
- 🤖 Inexacto modelado de convertir
- 🤖 Movimiento libre
- 🤖 Estructura compleja
- 🤖 La debilidad del marco



Bi-wheel type robot



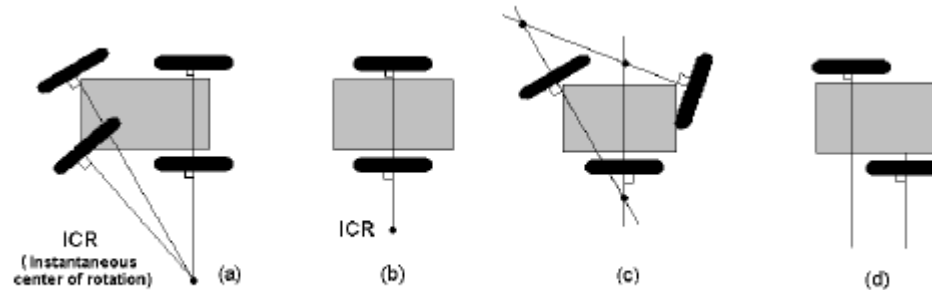
Caterpillar type robot



Omnidirectional robot

# Locomoción del Robot Móvil

- 🤖 Centro instantáneo de rotación (ICR) o el centro instantáneo de curvatura (ICC).
- 🤖 Un punto de cruce de los ejes de las ruedas.



# Locomoción del Robot Móvil (cont.)



## *Drive* diferencial:

- Dos ruedas motrices (además de rodillo-bola de equilibrio).
- El más simple mecanismo de accionamiento.
- Sensible a la velocidad relativa de las dos ruedas (resultado pequeño error en diferentes trayectorias, no sólo la velocidad).



## Triciclo:

- Volante con dos ruedas traseras.
- No puede girar  $\pm 90^\circ$ .
- Limitado radio de curvatura.



## *Drive* sincrónico.



## Omni-direccional.

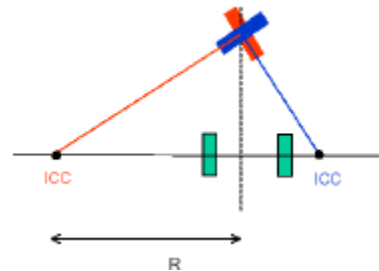


## *Car Drive* (dirección Ackerman).



# Triciclo

- 🤖 Tres ruedas: dos ruedas traseras y una rueda delantera.
- 🤖 Volante y potencia se proporcionan a través de la rueda delantera.
- 🤖 Variables de control: sentido de la dirección  $\alpha(t)$ , la velocidad angular del volante  $\omega_s(t)$

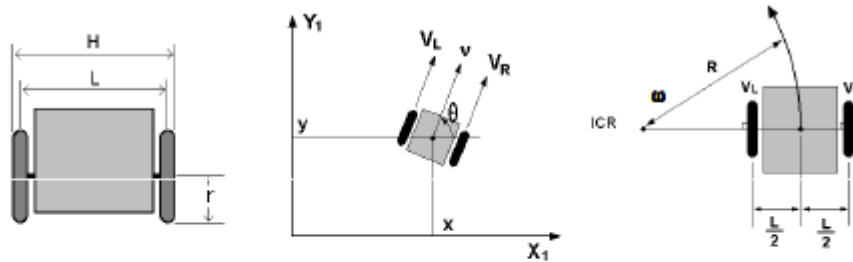


The ICC must lie on the line that passes through, and is perpendicular to, the fixed rear wheels

# Odometría

- 🤖 Es utilizada por algunos robots para estimar (no determinar) su posición relativa a una posición de partida.
- 🤖 Utiliza datos de la rotación de las ruedas para estimar el cambio en la posición con el tiempo.
- 🤖 Son muy sensibles a error.
- 🤖 Recoge datos rápidos y precisos, la calibración del equipo, y el procesamiento se requieren para ser utilizados con eficacia.

# Drive Diferencial



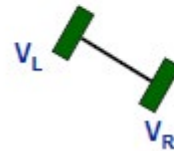
■ Posture of the robot

■ Control input

$$P = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} (x,y) : \text{Position of the robot} \\ \theta : \text{Orientation of the robot} \end{array}$$

$$U = \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} v : \text{Linear velocity of the robot} \\ \omega : \text{Angular velocity of the robot} \\ \text{(notice: not for each wheel)} \end{array}$$

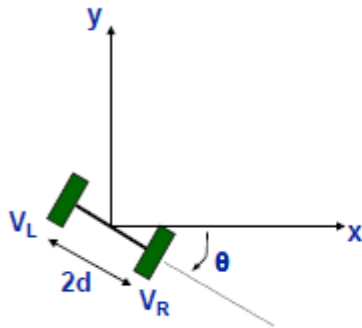
- 1) Specify system measurements
- 2) Determine the point (the radius) around which the robot is turning.
- 3) Determine the speed at which the robot is turning to obtain the robot velocity.
- 4) Integrate to find position.





# Drive Diferencial (cont.)

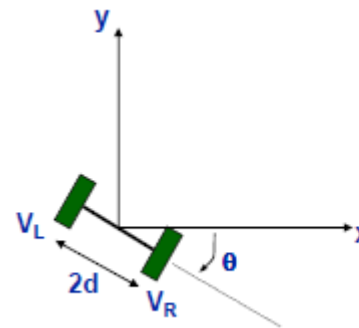
- 1) Specify system measurements  
- consider possible coordinate systems



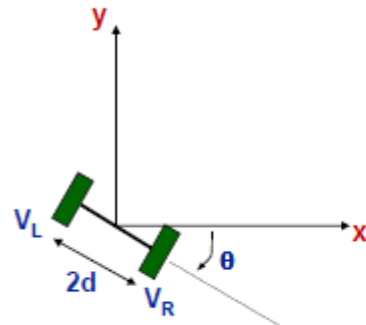
- 1) Specify system measurements  
- consider possible coordinate systems

- 2) Determine the point (the radius) around which the robot is turning.

Is there always a point around which the robot is rotating?



# Drive Diferencial (cont.)

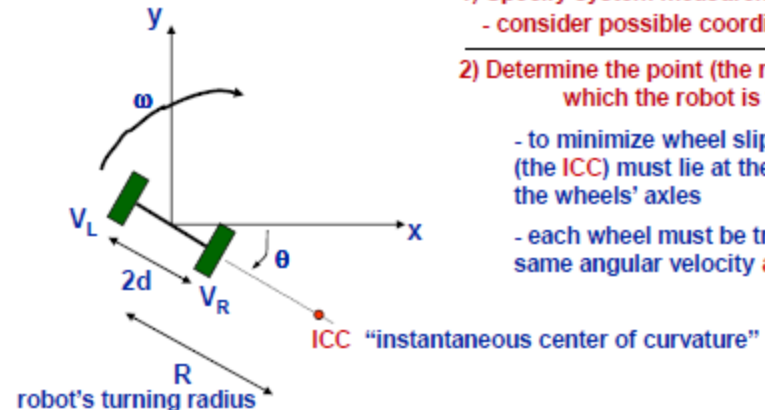


1) Specify system measurements  
- consider possible coordinate systems

2) Determine the point (the radius) around which the robot is turning.

- to minimize wheel slippage, the instantaneous center of curvature (the ICC) must lie at the intersection of the wheels' axes

- each wheel must be traveling at the same angular velocity



1) Specify system measurements  
- consider possible coordinate systems

2) Determine the point (the radius) around which the robot is turning.

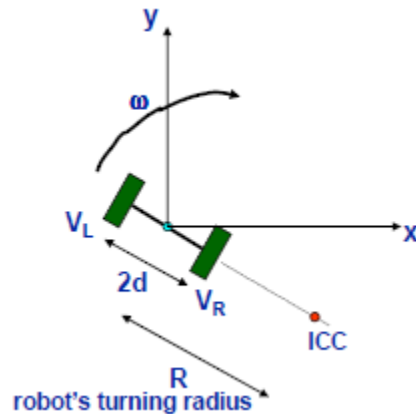
- to minimize wheel slippage, this point (the ICC) must lie at the intersection of the wheels' axes

- each wheel must be traveling at the same angular velocity **around the ICC**

How are these values related?

(assume the wheel diameter is already accounted for in  $V_L$  and  $V_R$ )

# Drive Diferencial (cont.)



- 1) Specify system measurements  
- consider possible coordinate systems

---

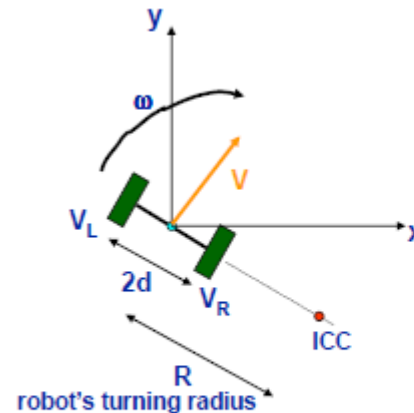
- 2) Determine the point (the radius) around which the robot is turning.  
- each wheel must be traveling at the same angular velocity around the ICC

---

- 3) Determine the robot's speed around the ICC and its linear velocity

$$\omega(R+d) = V_L$$

$$\omega(R-d) = V_R$$



- 1) Specify system measurements  
- consider possible coordinate systems

---

- 2) Determine the point (the radius) around which the robot is turning.  
- each wheel must be traveling at the same angular velocity around the ICC

---

- 3) Determine the robot's speed around the ICC and its linear velocity

$$\omega(R+d) = V_L$$

$$\omega(R-d) = V_R$$

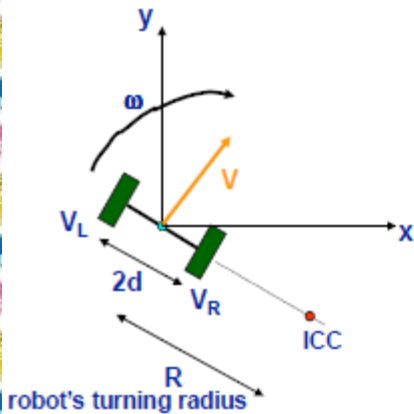
Thus,

$$\omega = (V_R - V_L) / 2d$$

$$R = d(V_R + V_L) / (V_R - V_L)$$



# Drive Diferencial (cont.)



- 1) Specify system measurements  
- consider possible coordinate systems
- 2) Determine the point (the radius) around which the robot is turning.  
- each wheel must be traveling at the same angular velocity around the ICC
- 3) Determine the robot's speed around the ICC and its linear velocity

$$\omega(R+d) = V_L$$

$$\omega(R-d) = V_R$$

Thus,

$$\omega = (V_R - V_L) / 2d$$

$$R = d (V_R + V_L) / (V_R - V_L)$$

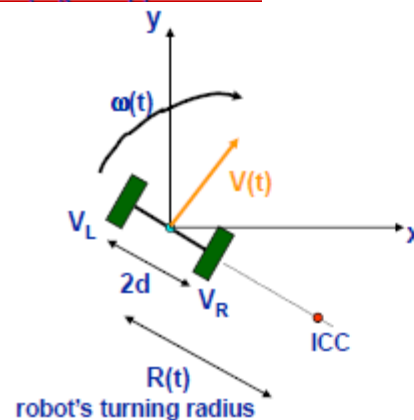
Where's the robot?

The robot's velocity is  $V = \omega R = (V_R + V_L) / 2$

- 4) Integrate to obtain position

$$V_x = V(t) \cos(\theta(t))$$

$$V_y = V(t) \sin(\theta(t))$$



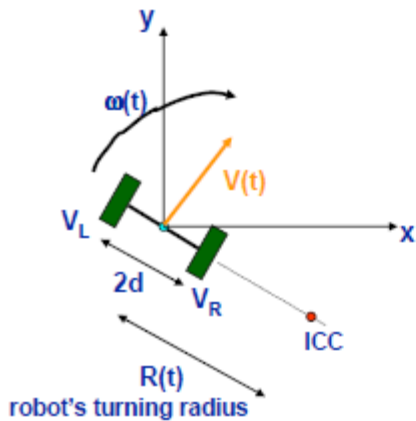
with

$$\omega = (V_R - V_L) / 2d$$

$$R = d (V_R + V_L) / (V_R - V_L)$$

$$V = \omega R = (V_R + V_L) / 2$$

# Drive Diferencial (cont.)



4) Integrate to obtain position

$$V_x = V(t) \cos(\theta(t))$$

$$V_y = V(t) \sin(\theta(t))$$

Thus,

$$x(t) = \int V(t) \cos(\theta(t)) dt$$

$$y(t) = \int V(t) \sin(\theta(t)) dt$$

$$\theta(t) = \int \omega(t) dt$$

with

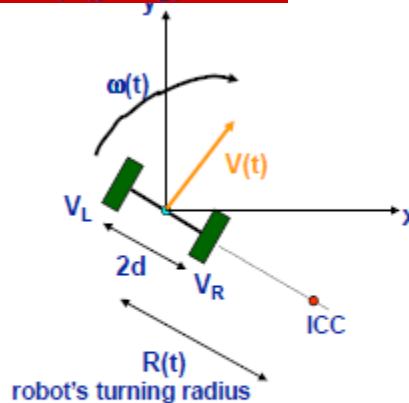
$$\omega = (V_R - V_L) / 2d$$

$$R = d (V_R + V_L) / (V_R - V_L)$$

$$V = \omega R = (V_R + V_L) / 2$$

What has to happen to change the ICC ?

things have to change over time, t



4) Integrate to obtain position

$$V_x = V(t) \cos(\theta(t))$$

$$V_y = V(t) \sin(\theta(t))$$

Thus,

$$x(t) = \int V(t) \cos(\theta(t)) dt$$

$$y(t) = \int V(t) \sin(\theta(t)) dt$$

$$\theta(t) = \int \omega(t) dt$$

Kinematics

with

$$\omega = (V_R - V_L) / 2d$$

$$R = d (V_R + V_L) / (V_R - V_L)$$

$$V = \omega R = (V_R + V_L) / 2$$

What has to happen to change the ICC ?

things have to change over time, t

# Triciclo

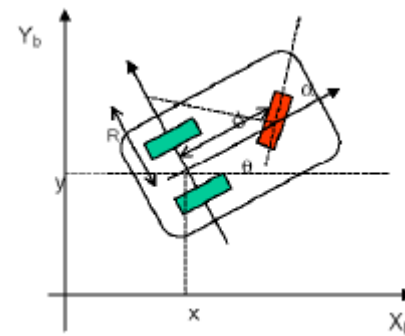
$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= v_s(t) \cos \alpha(t) \cos \theta(t) \\ \dot{y}(t) &= v_s(t) \cos \alpha(t) \sin \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) &= \frac{v_s(t)}{d} \sin \alpha(t)\end{aligned}$$



$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta(t) & 0 \\ \sin \theta(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ w(t) \end{bmatrix}$$

$$v(t) = v_s(t) \cos \alpha(t)$$

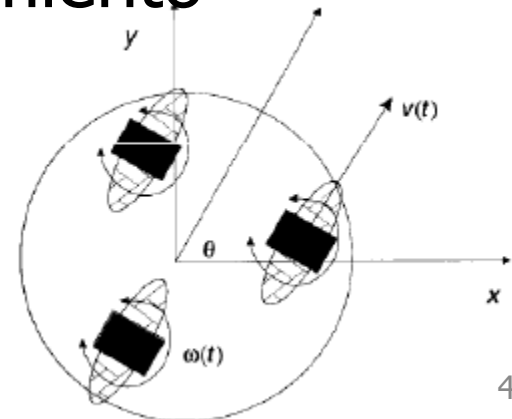
$$w(t) = \frac{v_s(t)}{d} \sin \alpha(t)$$





# Drive Sincrónico

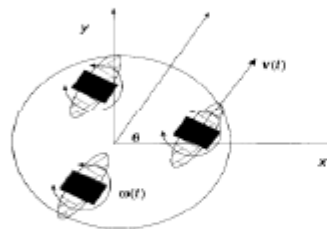
- 🤖 En un robot de accionamiento síncrono, cada rueda es capaz de ser impulsada y dirigida.
- 🤖 Configuraciones típicas:
  - 🤖 Tres ruedas de dirección dispuestas como vértices de un triángulo equilátero.
  - 🤖 Plataforma cilíndrica.
  - 🤖 Todas las ruedas giran y conducen igual
- 🤖 Esto conduce a un comportamiento holonómico.



# Drive Sincrónico (cont.)

- Control variables (independent)

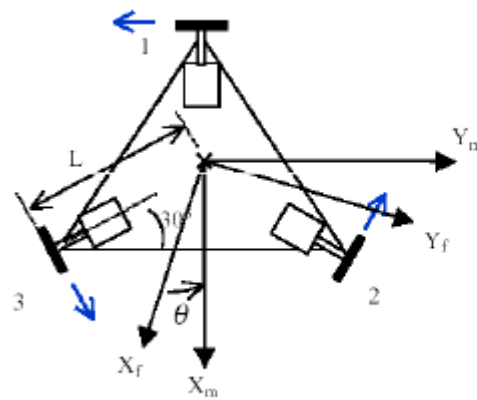
➤  $v(t)$ ,  $\omega(t)$



$$\begin{aligned}x(t) &= \int_0^t v(\sigma) \cos(\theta(\sigma)) d\sigma \\y(t) &= \int_0^t v(\sigma) \sin(\theta(\sigma)) d\sigma \\ \theta(t) &= \int_0^t \omega(\sigma) d\sigma\end{aligned}$$

The ICC is always at infinity.  
Changing the orientation of the wheels  
changes the direction of the ICC.

# Omni-direccional

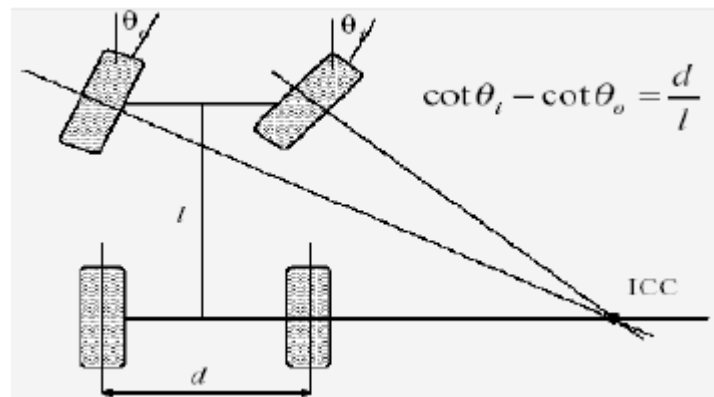


Swedish Wheel



# Car Drive (Dirección Ackerman)

- 🤖 Se utiliza en vehículos de motor, la rueda delantera interior se gira ligeramente más que la rueda exterior (reduce el deslizamiento de los neumáticos).
- 🤖 El método de elección para vehículos autónomos exteriores.



# Car Drive (Dirección Ackerman) (cont.)

🤖 La ecuación de dirección Ackerman:

$$\text{🤖 } \cot(\theta_o) - \cot(\theta_i) = d / l$$

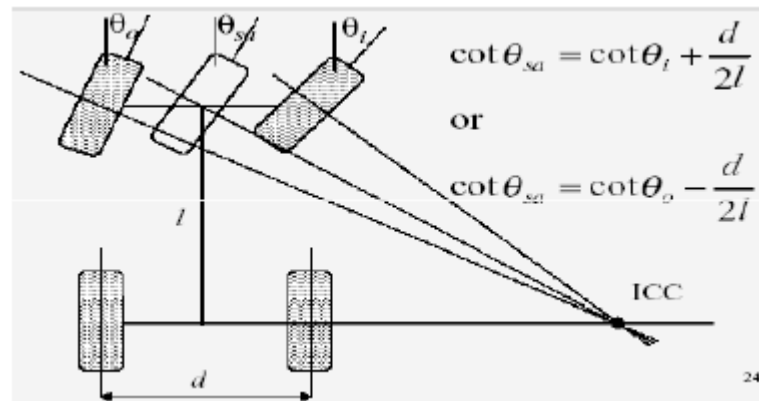
🤖 Donde:

🤖  $d$  = separación lateral de la rueda



🤖  $l$  = separación longitudinal de la rueda

🤖  $\theta_i$  = ángulo relativo de la rueda interior

🤖  $\theta_o$  = ángulo relativo de la rueda exterior



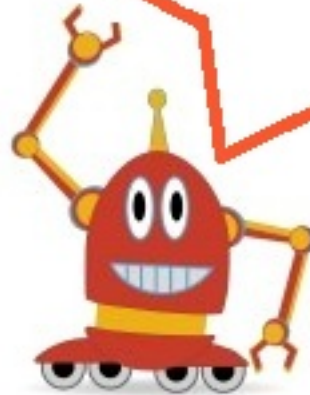
# Referencias Bibliográficas

-  Fu, K.S.; González, R.C. y Lee, C.S.G. Robotics: Control, Sensing, Vision, and Intelligence. McGraw-Hill. 1987.
-  Robótica: Estimación de posición por odometría. URL: <http://cuentos-cuanticos.com/2011/12/15/robotica-estimacion-de-posicion-por-odometria/>





**¿Preguntas?**



**¡Gracias!**



Dra. Kryscia Daviana Ramírez Benavides  
Profesora e Investigadora  
Universidad de Costa Rica  
Escuela de Ciencias de la Computación e Informática

Sitio Web: <http://www.kramirez.net/>  
E-Mail: [kryscia.ramirez@ucr.ac.cr](mailto:kryscia.ramirez@ucr.ac.cr)  
[kryscia.ramirez@eccu.ucr.ac.cr](mailto:kryscia.ramirez@eccu.ucr.ac.cr)

Redes Sociales:

